MODUL 1

Fungsi Linear dan Fungsi Kuadrat

Drs. Susiswo, M.Si.

PENDAHULUAN

Kompetensi umum yang diharapkan, setelah mempelajari modul ini, adalah Anda dapat memahami konsep tentang persamaan linear dan fungsi kuadrat. Sementara itu, kompetensi khusus yang diharapkan adalah Anda dapat:

1. menyusun tabel pasangan fungsi linear;
2. menggambar grafik pada koordinat Cartesius;
3. mengidentifikasikan gradien persamaan garis lurus dalam berbagai bentuk;
4. menentukan persamaan garis melalui dua titik tertentu;
5. menghasilkan persamaan garis melalui sebuah titik dengan gradien tertentu;
6. menghasilkan persamaan garis melalui sebuah titik dan sejajar dengan sebuah garis tertentu;
7. menghasilkan persamaan garis melalui sebuah titik dan tegak lurus dengan sebuah garis tertentu;
8. menghasilkan persamaan garis melalui sebuah titik potong dua garis dan sejajar dengan sebuah garis tertentu;
9. menghasilkan persamaan garis melalui sebuah titik potong dua garis dan tegak lurus dengan sebuah garis tertentu;
10. mengidentifikasikan nilai ekstrem fungsi kuadrat;
11. mengidentifikasikan titik potong dengan sumbu x;
12. mengidentifikasikan titik potong dengan sumbu y;
13. mengidentifikasikan sumbu simetri suatu fungsi kuadrat;
14. mengidentifikasikan titik puncak suatu fungsi kuadrat;
15. mengidentifikasikan sifat definit positif atau negatif suatu fungsi kuadrat;
16. menghasilkan fungsi kuadrat melalui tiga titik yang tidak segaris;

17. memecahkan soal fungsi kuadrat yang berhubungan dengan kehidupan sehari-hari.

Petunjuk Belajar

Dalam Matematika Dasar 1, Anda telah mempelajari fungsi linear dan fungsi kuadrat. Anda telah dapat menggambar grafik fungsi linear yang merupakan suatu garis. Demikian pula untuk fungsi kuadrat, Anda telah dapat menggambar grafik fungsi kuadrat bentuk $f(x) = ax^2$, $f(x) = a(x-h)^2$, dan $f(x) = a(x-h)^2 + k$.

Pengetahuan Anda tentang konsep tersebut sangat diperlukan pada pembahasan Modul 1. Pembahasan mengenai fungsi linear yang dalam modul ini dikatakan sebagai persamaan garis akan dibahas lebih mendetail. Demikian juga pembahasan tentang fungsi kuadrat.

Pembahasan dibagi menjadi dua kegiatan belajar, yaitu Kegiatan Belajar 1 dan Kegiatan Belajar 2. Dalam Kegiatan Belajar 1, Anda akan mengenal persamaan garis lurus dalam berbagai bentuk dan variabel; menyusun tabel pasangan dan menggambar grafik pada koordinat Cartesius; mengenal pengertian dan menentukan gradien persamaan garis lurus dalam berbagai bentuk; membedakan dua garis yang saling sejajar, saling tegak lurus, saling berimpit, atau saling berpotongan; menentukan persamaan garis melalui dua titik tertentu; menentukan persamaan garis melalui sebuah titik dengan gradien tertentu; menentukan persamaan garis melalui sebuah titik dan sejajar dengan sebuah garis tertentu; menentukan persamaan garis melalui sebuah titik dan tegak lurus dengan sebuah garis tertentu; menentukan persamaan garis melalui sebuah titik potong dua garis dan sejajar dengan sebuah garis tertentu; serta menentukan persamaan garis melalui sebuah titik potong dua garis dan tegak lurus dengan sebuah garis tertentu. Kegiatan Belajar 1 ini merupakan pengetahuan dasar untuk memahami materi pada Kegiatan Belajar 2. Oleh karena itu, pahami benar-benar materi pada kegiatan belajar ini. Setelah Anda yakin benar-benar memahami materi pada Kegiatan Belajar 1, Anda dapat melanjutkan mempelajari materi pada Kegiatan Belajar 2.

Dalam Kegiatan Belajar 2, Anda akan menentukan nilai ekstrem fungsi kuadrat; menentukan titik potong dengan sumbu x; menentukan titik potong dengan sumbu y; menentukan sumbu simetri suatu fungsi kuadrat; menentukan titik puncak suatu fungsi kuadrat; menentukan sifat definit positif atau negatif suatu fungsi kuadrat; menentukan fungsi kuadrat yang melalui tiga titik yang tidak segaris; serta menerapkan fungsi kuadrat dalam kehidupan sehari-hari.

Untuk memantapkan pengetahuan yang Anda peroleh, silakan menyelesaikan latihan tanpa melihat petunjuk penyelesaiannya terlebih dahulu. Dengan demikian, Anda akan dapat mengukur pemahaman yang diperoleh dari uraian materi. Jika menemui kesulitan, Anda baru dipersilakan untuk melihat petunjuk penyelesaian atau mendiskusikannya dengan teman dan tutor Anda. Cobalah sekali lagi menyelesaikan latihan menurut Anda sendiri dan usahakan sedapat mungkin mencari alternatif penyelesaian yang lebih sederhana.

KEGIATAN BELAJAR 1

Fungsi Linear dan Persamaan Garis

Fungsi linear merupakan salah satu fungsi yang sederhana dalam matematika. Banyak aplikasi dari fungsi linear ini, seperti hubungan antara ketinggian pesawat dan suhu udara, hubungan penawaran dengan ketersediaan barang, serta hubungan antara jarak dan waktu tempuh.
Dalam kegiatan belajar ini, fungsi linear dinyatakan sebagai berikut.

$$f(x) = mx + a,$$

Dikatakan linear karena grafiknya berupa garis. Grafik dari fungsi ini dapat Anda gambar dengan menentukan dua nilai c yang berbeda serta menentukan pasangan titik salah satunya dengan jalan membuat tabelnya.

Contoh 1.1

Tentukan rumus untuk fungsi linear f jika diberikan pasangan nilai seperti tabel berikut.

Tabel 1.1.

x	f(x)
-1	-1
2	8

Penyelesaian

Karena f fungsi linear, dia dapat dinyatakan sebagai f(x) = mx + a. Oleh karena itu, Anda akan memperoleh dua persamaan.

$$(-1) = m.(-1) + a \qquad (1)$$

$$8 = m.1 + a \qquad (2)$$

Jika persamaan (2) Anda kurangi dengan persamaan (1), akan Anda peroleh persamaan

$$9 = m.\ 3,$$

yang memberikan penyelesaian m = 3. Anda substitusi nilai ini ke persamaan (2) maka Anda peroleh persamaan

$$8 = 3.2 + a,$$

yang memberikan penyelesaian a = 2. Jadi, rumus untuk f sebagai berikut.

$$f(x) = 3x + 2.$$

Variabel pada fungsi linear dan juga pada fungsi-fungsi lain tidak harus berupa simbol x, tetapi dapat berupa simbol yang lain, seperti t, z, dan w. Khusus untuk variabel t, variabel ini biasanya digunakan sebagai simbol dari waktu.

Contoh 1.2

Hubungan antara waktu dan jarak yang ditempuh suatu kendaraan merupakan fungsi linear g. Lalu, diberikan pasangan nilai seperti tabel berikut.

Tabel 1.2.

t (dalam menit)	g(t) (dalam km)
5	200
10	400

Tentukan rumus hubungan waktu dan jarak tempuh kendaraan tersebut.

Penyelesaian

Seperti pada Contoh 1.1, karena g fungsi linear, dia dapat dinyatakan sebagai g(t) = mt + a. Oleh karena itu, Anda peroleh dua persamaan.

$$200 = m.5 + a$$
$$400 = m.10 + a$$

Dapat Anda periksa bahwa penyelesaian bersama dari persamaan di atas adalah g(t) = 40t. Jadi, hubungan waktu dan jarak tempuh kendaraan adalah g(t) = 40t.

Pada fungsi linear bentuk, jika f(x) dinyatakan sebagai y, yaitu

$$y = mx + a.$$

Persamaan terakhir ini disebut sebagai persamaan garis.

Contoh 1.3

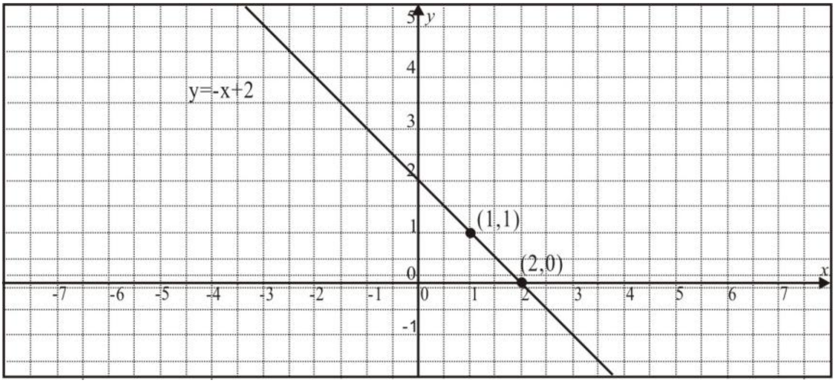
Tentukan persamaan garis melalui titik (1,1) dan (2,0). Tentukan grafiknya.

Penyelesaian

Persamaan garis sebagai y = mx + a. Anda akan peroleh dua persamaan berikut.

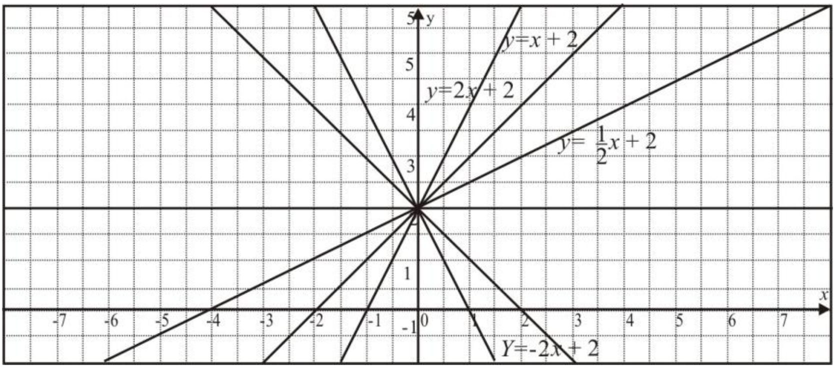
$$1 = m.1 + a$$
$$0 = m.2 + a.$$

Penyelesaian bersama dua persamaan tersebut adalah m = -1 dan a = 2. Jadi, persamaan garis yang diminta adalah y = -m + 2. Grafik persamaan garis diperoleh dengan menghubungkan titik-titik yang dilaluinya seperti gambar berikut ini.



A. GRADIEN DAN INTERSEP

Anda perhatikan berbagai macam grafik dari suatu persamaan garis berikut ini.



Perhatikan gambar tersebut. Gambar itu mempunyai berbagai kemiringan terhadap sumbu x. Jadi, garis yang mempunyai kemiringan disebut sebagai gradien. Anda lihat bahwa yang menentukan gradien adalah nilai dari variabel m. Anda tentunya bertanya bagaimana cara menentukan gradien garis. Jika Anda perhatikan sekali lagi gradien garis yang dilihat relatif sumbu x, terutama untuk garis dengan persamaan y = 2 atau ditulis sebagai y = 0.x + 2, Anda dapat menduganya bahwa gradien garis dapat ditentukan dengan perbandingan panjang segmen garis pada sumbu y dengan panjang segmen garis pada sumbu x dari dua titik tertentu. Dugaan Anda memang benar. Jadi, jika Anda mempunyai dua titik (x_1, y_1) dan (x_2, y_2), gradien garis dapat Anda rumuskan sebagai berikut.

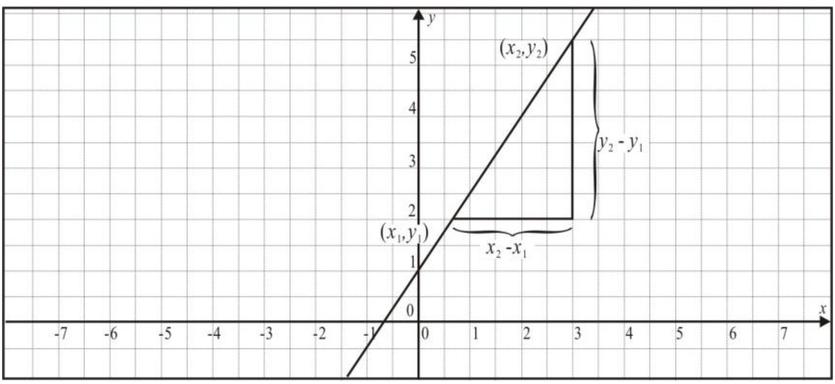
$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Anda lihat bahwa pada Contoh 3, m = -1. Nilai ini dapat Anda peroleh dari rumus gradien garis berikut.

$$m = \frac{0-1}{2-1}$$

Perhatikan sekali lagi garis serta persamaannya. Anda akan melihat bahwa garis-garis tersebut memotong sumbu y pada satu titik. Coba Anda kaitkan kenyataan ini dengan masing-masing persamaannya. Apa yang dapat Anda simpulkan? Jadi, perpotongan garis dengan sumbu y merupakan nilai dari variabel a. Pada gambar di atas, a = 2 yang disebut sebagai *intersep-y.*

Gambar berikut ini akan memberikan ilustrasi secara jelas tentang kemiringan suatu garis.



Contoh 1.4

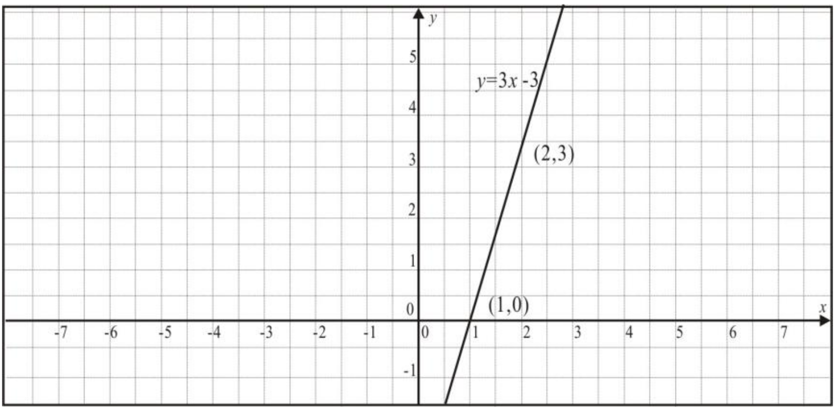
Gambarlah suatu garis yang mempunyai gradien m = 3 dan intersep-y adalah (-3).

Penyelesaian

Persamaan garis yang dimaksud adalah $y = 3x - 3$. Untuk menggambarnya, Anda tentukan dua titik yang dilaluinya seperti berikut.

$$x = 1 \rightarrow y = 0,$$
$$x = 2 \rightarrow y = 3.$$

Jadi, dua titik yang dilaluinya adalah (1,0) dan (2,3). Oleh karena itu, Anda peroleh gambar seperti berikut ini.



Anda dapat memeriksa kembali bahwa gradien garis tersebut adalah

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3-0}{2-1} = 3.$$

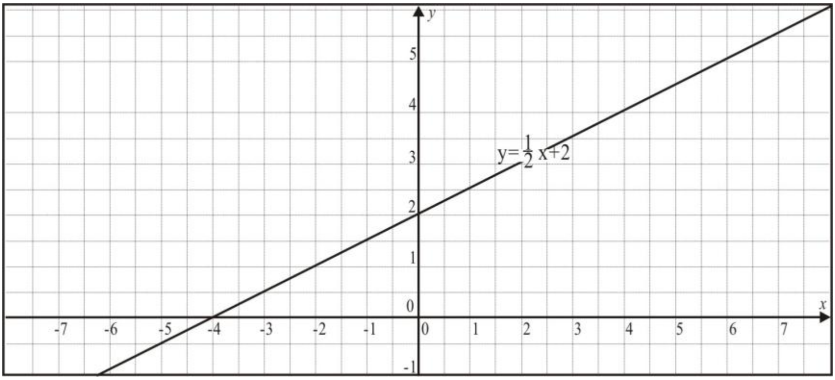
Sama dengan gradien yang diketahui, yaitu m = 3.

Contoh 1.5

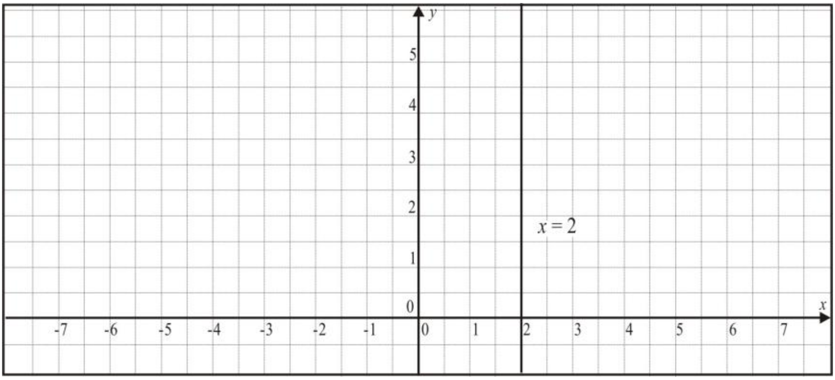
Gambarlah suatu garis yang melalui titik (2,3) dan mempunyai gradien $\frac{1}{2}$.

Penyelesaian

Misalnya, persamaan garis yang dimaksud adalah y = mx + a. Karena garis mempunyai gradien $\frac{1}{2}$, persamaan garis menjadi $y = \frac{1}{2}x + a$. Berikutnya garis melalui (2,3). Maka itu, Anda peroleh persamaan $3 = \frac{1}{2}.2 + a$. Oleh karena itu, a = 2. Jadi, persamaan garis yang melalui (2,3) dan mempunyai gradien $\frac{1}{2}$ adalah $y = \frac{1}{2}x + 2$. Gambar garis seperti berikut ini.



Karena grafik setiap fungsi linear adalah garis, mungkin Anda menduga bahwa setiap garis adalah fungsi linear. Dugaan ini tidak benar karena garis vertikal tidak merupakan grafik dari fungsi linear untuk y = f(x). Sebagai contoh, grafik dari persamaan x = 2 adalah garis, tetapi dia bukan merupakan fungsi sehingga dia bukan merupakan fungsi linear. Anda ingat bahwa suatu fungsi mengaitkan satu nilai x tepat dengan satu nilai y, sedangkan persamaan x = 2 satu nilai x mengaitkan tak hingga nilai y. Lebih jelasnya, perhatikan gambar berikut ini.



Persamaan x = 2 dapat ditulis sebagai persamaan x – 2 = 0. Demikian juga persamaan garis y = mx + a dapat ditulis sebagai mx – y + a = 0. Dua persamaan x – 2 = 0 dan mx – y + a = 0 disebut sebagai persamaan linear. Secara umum, persamaan linear dinyatakan sebagai Ax + Bu + C = 0 yang A dan B tidak keduanya nol.

Jika B ≠ 0, persamaan Ax + Bu + C = 0 dapat Anda nyatakan sebagai fungsi linear, yaitu

$$\begin{aligned} y &= \frac{A}{B}x - \frac{C}{B} \\ &= mx + a, \end{aligned}$$

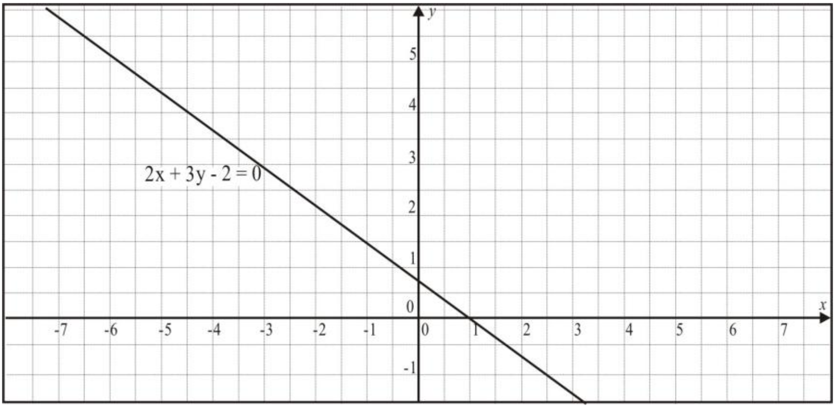
di mana $m = -\frac{A}{B}$ dan $a = -\frac{C}{B}$.

Contoh 1.6

Diberikan persamaan linear 2x + 3y – 2 = 0. Tentukan gradien, intersep y, dan gambarlah grafiknya!

Penyelesaian

Dengan menggunakan rumus sebelumnya, diperoleh gradien $m = -\frac{A}{B} = -\frac{3}{2}$ dan intersep y adalah $a = -\frac{C}{B} = \frac{2}{3}$. Grafiknya terlihat pada gambar berikut ini.

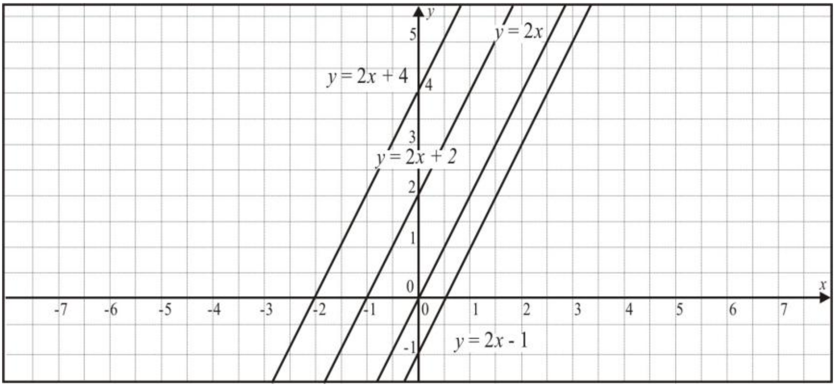


B. GARIS-GARIS SEJAJAR, BERPOTONGAN, DAN TEGAK LURUS

Jika Anda mempunyai dua garis, ada beberapa macam kedudukan garis satu dengan yang lainnya. Grafik yang mungkin dari dua garis tersebut jika digambar pada satu koordinat Cartesius seperti berikut ini.

1. Tidak berpotongan. Dua garis yang tidak berpotongan pada satu bidang disebut dua garis yang sejajar.
2. Berpotongan pada satu titik. Dalam hal ini, ada yang berpotongan tegak lurus dan tidak tegak lurus.
3. Berpotongan pada tak hingga titik. Dua garis yang demikian dikatakan berimpit.

Perhatikan garis dan persamaan garis pada gambar berikut ini.



Perhatikan sekali lagi gambar di atas. Bagaimana hubungan kedua gradiennya? Kesimpulan apa yang dapat Anda peroleh? Anda akan mendapatkan kesimpulan bahwa garis-garis sejajar mempunyai gradien yang sama. Jika gradien garis pertama dan kedua berturut-turut adalah m_1 dan m_2, yang diperoleh adalah $m_1 = m_2$.

Contoh 1.7

Tentukan persamaan garis yang melalui titik (1,-1) dan sejajar ke garis dengan persamaan y = 3x + 2.

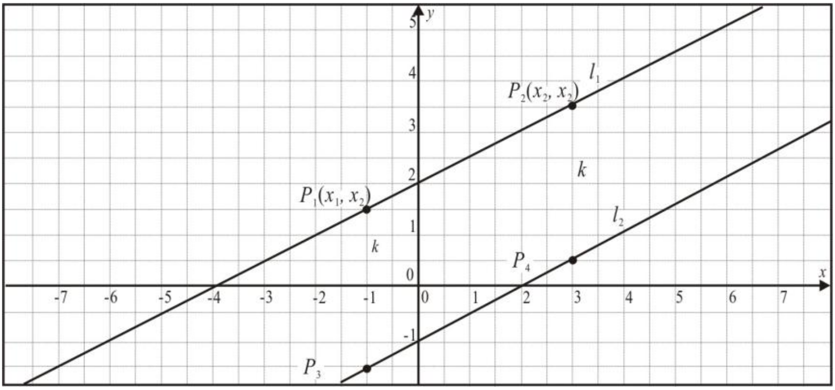
Penyelesaian

Misalnya, persamaan garis yang dimaksud adalah y = mx + a. Karena garis sejajar dengan y = 3x + 2, diperoleh m = 3. Oleh karena itu, persamaan garis menjadi y = 3x + a. Jika Anda masukkan nilai-nilai x = 1 dan y = -1, didapatkan pemecahan

$$-1 = 3.1 + a$$
$$a = -4.$$

Jadi, persamaan garis yang dimaksud adalah y = 3x – 4.

Bukti secara analitis gradien dari dua garis sejajar bias Anda ikuti pada langkah-langkah berikut ini.



Jika garis dua garis sejajar l_1 dan l_2 dipotong oleh dua garis yang sejajar dengan sumbu y, akan Anda peroleh titik-titik P_1, P_2, P_3, dan P_4 seperti pada gambar di atas. Jika

$$\left|\overline{P_1P_3}\right| = \left|\overline{P_2P_4}\right| = k,$$

ordinat dari P_3 adalah y_1 - k dan ordinat dari P_4 adalah y_2 - k. Gradien garis l_1 adalah

$$m_1 = \frac{y_2 - y_1}{x - x_1}$$

dan gradien dari l_2 adalah

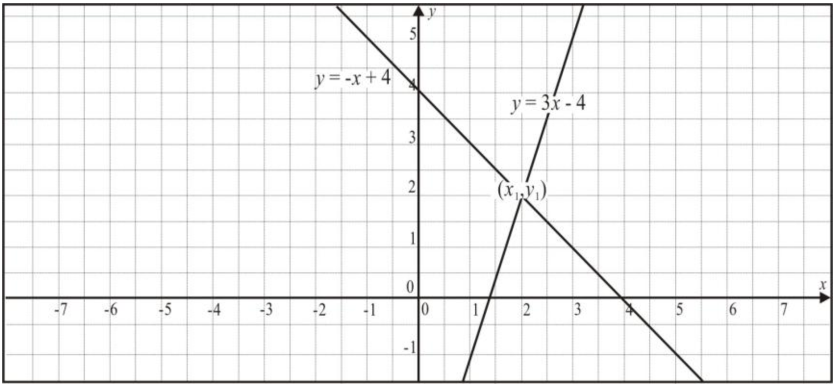
$$m_2 = \frac{(y_2 - k) - (y_1 - k)}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x - x_1}\,.$$

Hasil ini merupakan gradien dari garis l_1. Jadi, jika dua garis sejajar, gradien garis pertama sama dengan gradien garis yang kedua.

Pembahasan berikutnya adalah dua garis yang berpotongan. Untuk itu, perhatikan contoh berikut ini.

Contoh 1.8

Perhatikan dua garis yang berpotongan pada gambar berikut ini. Kemudian, tentukan titik potongnya secara analitis.



Penyelesaian

Berdasarkan gambar, Anda memperoleh titik potong (2,2). Secara analitis, Anda misalkan titik potong kedua garis adalah (x_1, y_1). Karena dia merupakan titik potong kedua garis, berlaku:

$$y_1 = -x_1 + 4$$

dan

$$y_1 = 3x_1 - 4.$$

Pada substitusi persamaan pertama ke persamaan kedua, diperoleh berikut ini.

$$-x_1 + 4 = 3x_1 - 4$$

Anda memperoleh pemecahan $x_1 = 2$. Substitusikan hasil ini pada persamaan pertama yang Anda peroleh

$$y_1 = -2 + 4 = 2.$$

Jadi, titik potong kedua garis yang dimaksud adalah (2,2).

Untuk selanjutnya, dalam menentukan titik potong, Anda tidak perlu memisalkannya sebagai (x_1, y_1), cukup menyubstitusikan persamaan garis pertama ke persamaan garis kedua.

Contoh 1.9

Tentukan titik potong dua garis dengan persamaan masing-masing $y = -2x + 1$ dan $y = \frac{1}{2}x - 4$. Kemudian, gambarlah.

Penyelesaian

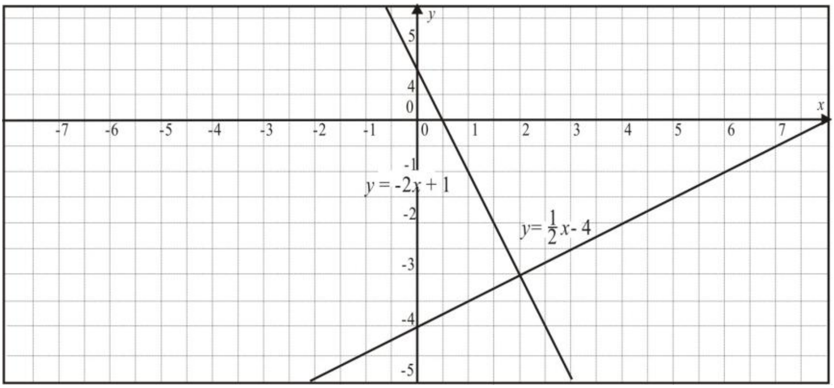
Pada substitusi persamaan pertama ke persamaan kedua, Anda memperoleh

$$-2x + 1 = \frac{1}{2}x - 4 .$$

Pemecahan persamaan tersebut adalah x = 2. Selanjutnya, Anda substitusikan hasil ini ke persamaan pertama, lalu diperoleh

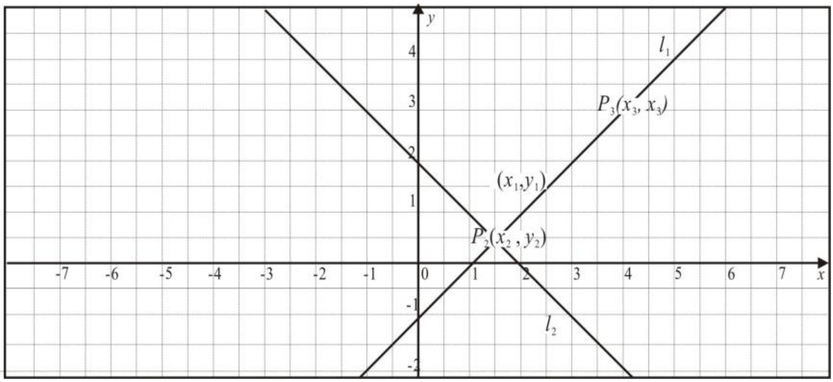
$$y = -2.2 + 1 = -3.$$

Jadi, titik potong kedua garis yang dimaksud adalah $(2,-3)$. Gambarnya seperti berikut ini.



Perhatikan kembali gambar Contoh 1.9. Anda lihat bahwa dua garis tersebut berpotongan tegak lurus. Amati kedua persamaan garis tersebut. Perhatikan hubungan antara gradien garis pertama dan gradien garis kedua. Bagaimana jika kedua gradien itu dikalikan? Apa yang dapat Anda simpulkan? Anda akan mendapatkan kesimpulan bahwa perkalian kedua gradien tersebut adalah (-1). Tentunya, kesimpulan ini tidak berlaku untuk dua garis yang vertikal dan horizontal, yaitu perkalian gradiennya tidak sama dengan (-1). Mengapa demikian? Jadi, dinyatakan dalam kalimat matematika adalah *jika dua garis tidak vertikal tegak lurus, perkalian dua gradiennya adalah (-1).*

Bukti secara analitis dari pernyataan tersebut sebagai berikut. Perhatikan dua garis tegak lurus l_1 dan l_2 pada gambar berikut.



Perhatikan segitiga $P_1P_2P_3$, yang siku-siku pada P_2. Dengan menggunakan teorema Pythagoras, Anda memperoleh persamaan berikut.

$$\left|\overline{P_2P_3}\right|^2 + \left|\overline{P_2P_1}\right|^2 = \left|\overline{P_1P_3}\right|^2$$

$$\left[\left(y_3 - y_2\right)\right]^2 + \left[\left(x_3 - x_2\right)\right]^2 + \left[\left(y_1 - y_2\right)\right]^2 + \left[\left(x_1 - x_2\right)\right]^2$$
$$= \left[\left(y_3 - y_1\right)\right]^2 + \left[\left(x_3 - x_1\right)\right]^2$$

Anda dapat menyederhanakan persamaan di atas menjadi berikut.

$$\frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$$

Suku pada ruas kiri $\frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2}$ adalah gradien garis l_1 dan suku pada ruas kanan $\frac{y_2 - y_2}{x_2 - x_2}$ adalah gradien dari garis l_2. Jika Anda kalikan kedua gradien tersebut, akan diperoleh (-1).

Contoh 1.10

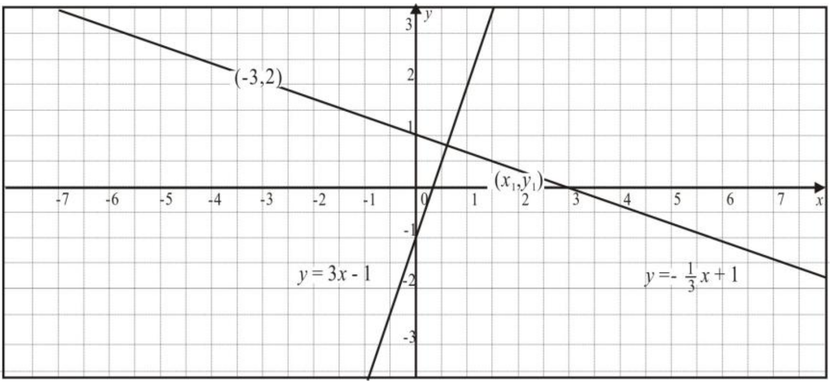
Tentukan persamaan garis yang melalui titik (-3,2) dan yang tegak lurus dengan garis dengan persamaan y = 3x – 1, kemudian gambarlah grafiknya.

Penyelesaian

Karena persamaan garis yang diminta tegak lurus dengan y = 3x - 1, Anda dapat memisalkannya sebagai $y = -\frac{1}{3}x + a$. Mengapa? Anda substitusikan titik (-3,2) ke persamaan terakhir. Anda memperoleh berikut ini.

$$y = -\frac{1}{3}x + a$$
$$2 = -\frac{1}{3}.(-3) + a$$
$$a = 1$$

Jadi, persamaan garis yang diminta adalah $y = -\frac{1}{3}x + 1$. Grafiknya sebagai berikut ini.



Dari Contoh 1.10, Anda telah dapat menentukan persamaan garis yang melalui suatu titik yang sejajar dengan garis lain, menentukan titik potong dua garis yang berpotongan, serta menentukan persamaan garis yang melalui satu titik yang tegak lurus dengan garis lain. Pengetahuan dari contoh-contoh tersebut dapat Anda terapkan untuk menentukan persamaan garis yang melalui titik potong dua garis dan sejajar atau tegak lurus dengan garis lain.

Pembahasan ini merupakan pembahasan akhir pada Kegiatan Belajar 1. Anda ikuti contoh-contoh berikut ini.

Contoh 1.11

Tentukan persamaan garis yang melalui titik potong dua garis y = x + 2 dan y = -2x + 5 serta sejajar dengan garis y = -3x – 1. Kemudian, gambarlah grafiknya.

Penyelesaian

Untuk mendapatkan titik potong dua garis y = x + 2 dan y = -2x + 5, Anda substitusikan persamaan pertama ke persamaan kedua.

$$x + 2 + -2x + 5$$
$$x = 1$$

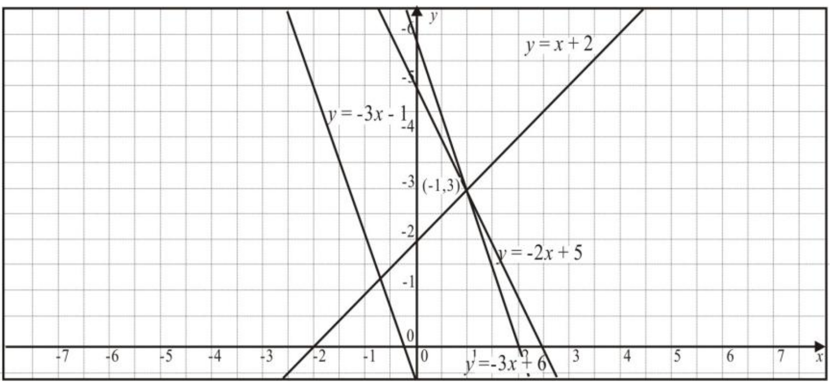
Anda substitusikan nilai tersebut ke persamaan pertama sehingga Anda memperoleh berikut ini.

$$y = x + 2$$
$$y = 1 + 2 = 3$$

Jadi, titik potongnya adalah (1,3). Garis yang diminta sejajar dengan garis y = -3x – 1. Maka itu, Anda peroleh persamaan y = -3x +a. Anda substitusi titik potong (1,3) ke persamaan terakhir, Anda memperoleh berikut ini.

$$3 = (-3).1 + a$$
$$a = 6$$

Jadi, persamaan garis yang diminta adalah y = -3x + 6. Grafiknya seperti berikut ini.



Contoh 1.12

Tentukan persamaan garis yang melalui titik potong dua garis y = x + 2 dan y = -2x + 5 serta sejajar dengan garis y = -3x – 1. Kemudian, gambarlah grafiknya.

Penyelesaian

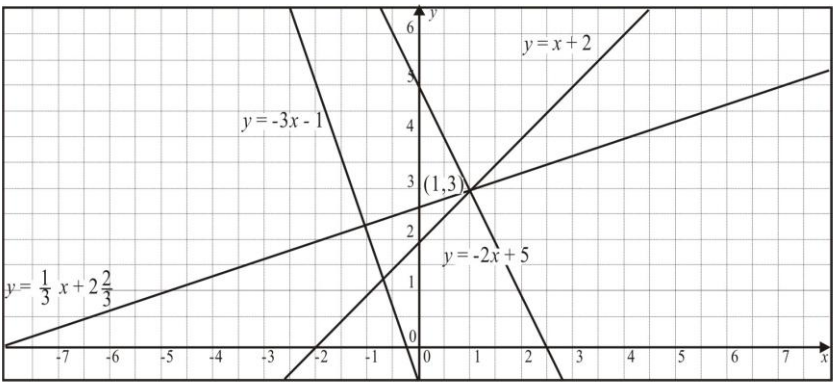
Titik potong kedua garis sudah Anda dapatkan dalam Contoh 1.11, yaitu titik (1,3). Sekarang Anda tinggal menentukan persamaan garis yang melalui titik tersebut yang tegak lurus dengan garis y = -3x – 1. Misalkan persamaannya adalah $y = \frac{1}{3}x + a$. Anda substitusikan titik (1,3) ke persamaan terakhir. Anda memperoleh berikut ini.

$$3 = \frac{1}{3}.1 + a$$
$$a = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$$

Jadi, persamaan garis yang diminta adalah $y = \frac{1}{3}x + 2\frac{2}{3}$. Persamaan ini dapat pula Anda tulis sebagai

$$x - 3y + 8 = 0.$$

Grafiknya seperti berikut ini.



LATIHAN

Untuk memperdalam pemahaman Anda mengenai materi di atas, kerjakanlah latihan berikut!

1) Tentukan rumus untuk fungsi linear f jika diberikan pasangan nilai seperti tabel berikut.

Tabel

x	f(x)
-1	0
2	6

2) Tentukan persamaan garis yang melalui titik (-1,2) dan (1,1), lalu tentukan grafiknya!
3) Gambarlah suatu garis yang mempunyai gradien m = -2 dan intersep-y adalah 3!
4) Gambarlah suatu garis yang melalui titik (-2,3) dan mempunyai gradien 2!
5) Terdapat persamaan linear x + 3y + 1 =0. Tentukan gradien, intersep y, dan gambarlah grafiknya!
6) Tentukan persamaan garis yang melalui titik (1,2) dan sejajar ke garis dengan persamaan y = -2x + 2!
7) Tentukan titik potong dua garis masing-masing dengan persamaan y = 2x - 3 dan y = -x, lalu gambarlah grafiknya!
8) Tentukan persamaan garis yang melalui titik (-1,2) yang tegak lurus dengan garis yang memiliki persamaan y = 2x + 1, kemudian gambarlah grafiknya!
9) Tentukan titik potong dua garis masing-masing dengan persamaan y = 2x - 3 dan $y = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$! Apakah kedua garis dengan persamaan tersebut tegak lurus? Jelaskan dan gambarlah grafiknya!
10) Tentukan persamaan garis yang melalui titik potong dua garis $y = 2x - 2$ dan $y = -x + 1$ serta sejajar dengan garis $y = 3x - 2$! Kemudian, gambarlah grafiknya!

Petunjuk Jawaban Latihan

1) Karena f fungsi linear, dia dapat dinyatakan sebagai $f(x) = mx + a$. Oleh karena itu, Anda peroleh dua persamaan berikut.

   0 = m,(-1) + a (1)

   6 = m.2 + a (2)

   Jika persamaan (2) Anda kurangi dengan persamaan (1), akan Anda peroleh persamaan

   $$6 = m.3,$$

   yang memberikan penyelesaian m = 2. Anda substitusi nilai ini ke persamaan (1). Maka itu, Anda peroleh persamaan

   $$0 = 2.(-1) + a,$$

   yang memberikan penyelesaian a = 2. Jadi, rumus untuk f adalah

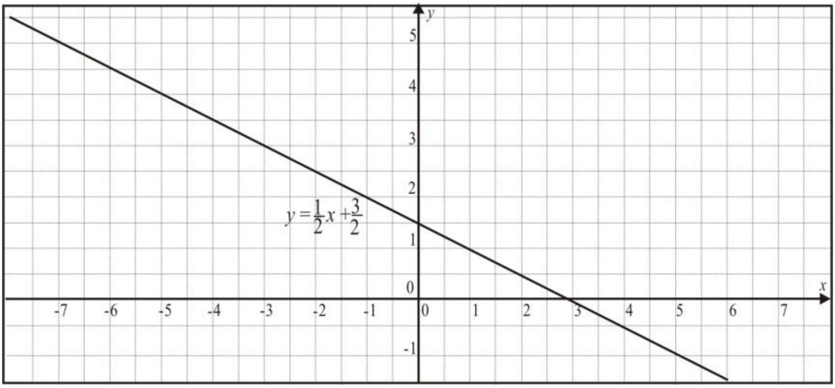
   $$f(x) = 2x + 2.$$

2) Misalkan persamaan garis sebagai y = mx + a. Anda akan peroleh dua persamaan berikut.

   $$2 = m.(-1) + a$$

   $$1 = m.1 + a$$

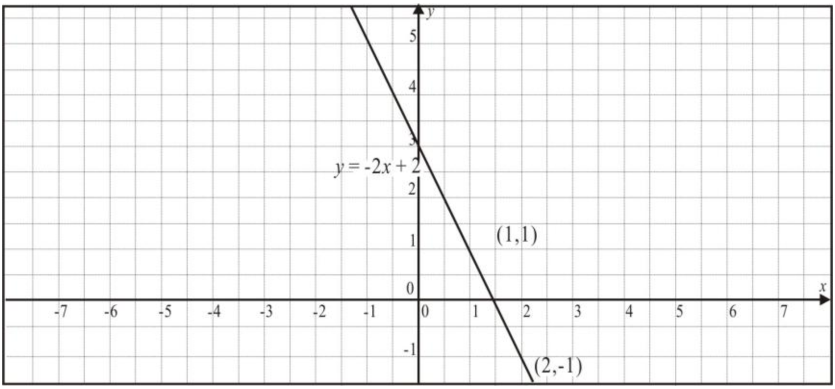
   Penyelesaian bersama dua persamaan tersebut adalah $m = -\frac{1}{2}$ dan $a = \frac{3}{2}$. Jadi, persamaan garis yang diminta adalah $y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$. Grafik persamaan garis diperoleh dengan menghubungkan titik-titik yang dilaluinya, seperti gambar berikut ini.



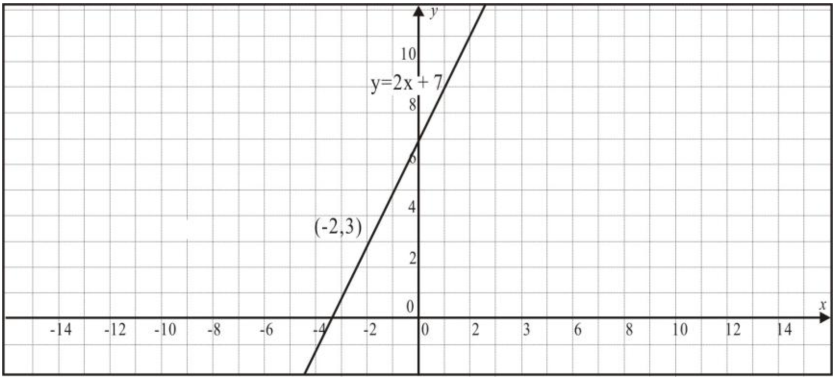
3) Persamaan garis yang dimaksud adalah y = -2x + 3. Untuk menggambarnya, Anda tentukan dua titik yang dilaluinya seperti berikut.

$$x = 1 \rightarrow y = 1$$
$$x = 2 \rightarrow y = -1$$

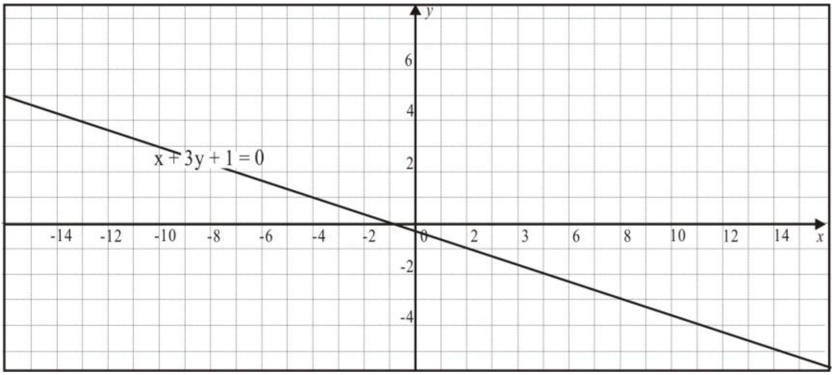
Jadi, dua titik yang dilaluinya adalah (1,1) dan (2,-1). Oleh karena itu, Anda peroleh gambar berikut ini.



4) Misalkan, persamaan garis yang dimaksud adalah y = mx + a. Karena garis mempunyai gradien 2, persamaan garis menjadi y = 2x + a. Berikutnya, garis melalui (-2,3). Maka itu, Anda memperoleh persamaan 3 = 2.(-2) + a. Oleh karena itu, a = 7. Jadi, persamaan garis yang melalui (-2,3) dan mempunyai gradien 2 adalah y = 2x + 7. Gambar garisnya seperti gambar berikut ini.



5) Dengan menggunakan rumus sebelumnya, Anda memperoleh gradien $m = -\frac{A}{B} = -\frac{1}{3}$ dan intersep y adalah $a = -\frac{C}{B} = -\frac{1}{3}$. Grafiknya seperti terlihat pada gambar berikut ini.



6) Misalkan persamaan garis yang dimaksud adalah y = mx + a. Karena garis sejajar dengan y = -2x + 2, Anda memperoleh m = -2. Oleh karena itu, persamaan garis menjadi y = -2x + a. Jika Anda memasukkan nilai-nilai x = 1 dan y = 2, Anda dapatkan pemecahan berikut.

$$2 = (-2).1 + a$$
$$a = 4$$

Jadi, persamaan garis yang dimaksud adalah y = -2x + 4.

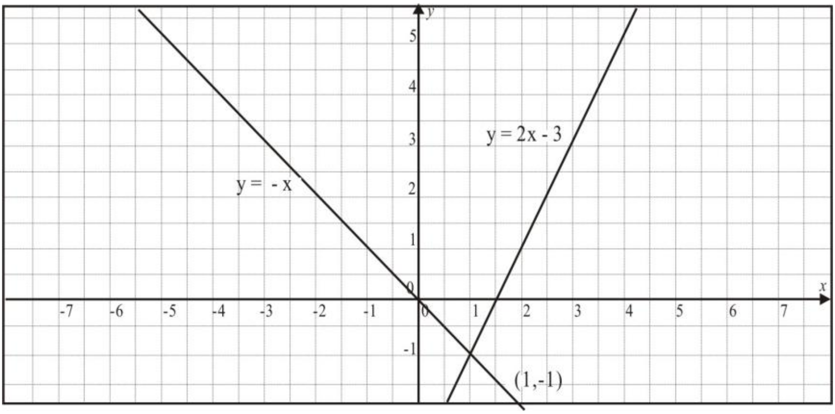
7) Substitusi persamaan pertama ke persamaan kedua diperoleh persamaan berikut.

$$2x - 3 = -x$$

Pemecahan persamaan tersebut adalah x = a. Selanjutnya, Anda substitusikan hasil ini ke persamaan kedua hingga diperoleh

$$y = -x = -1.$$

Jadi, titik potong kedua garis yang dimaksud adalah (1,-1). Gambarnya seperti berikut ini.



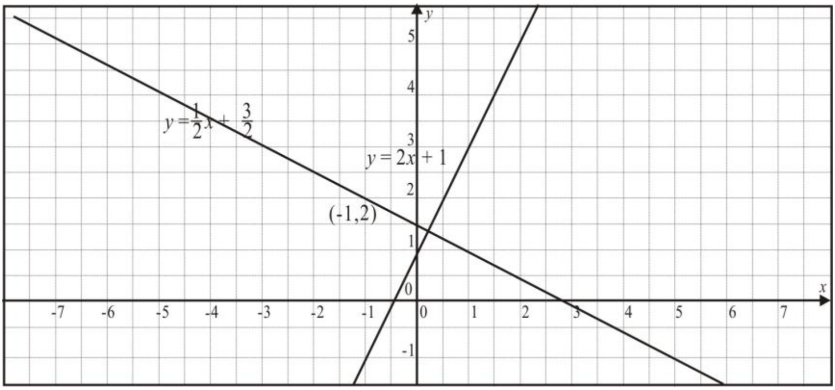
8) Karena persamaan garis yang diminta tegak lurus dengan y = 2x + 1, Anda dapat memisalkannya sebagai $y = -\frac{1}{2}x + a$. Mengapa? Anda substitusikan titik (-1,2) ke persamaan terakhir, lalu Anda akan memperoleh persamaan berikut.

$$y = -\frac{1}{2}x + a$$

$$2 = -\frac{1}{2}.(-1) + a$$

$$a = \frac{3}{2}$$

Jadi, persamaan garis yang diminta adalah $y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$. Grafiknya seperti berikut ini.



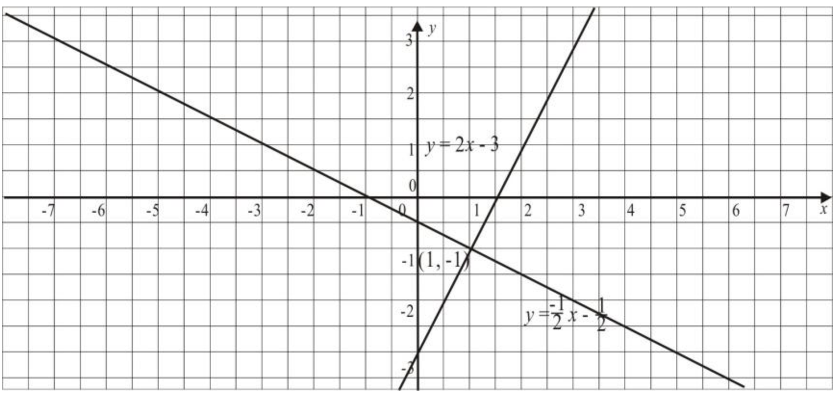
9) Substitusi persamaan pertama ke persamaan kedua, lalu Anda memperoleh persamaan berikut.

$$2x - 3 = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$$

Pemecahan persamaan tersebut adalah x = 1. Selanjutnya, Anda substitusikan hasil ini ke persamaan pertama, lalu akan diperoleh

$$y = 2.1 - 3 = -1.$$

Jadi, titik potong kedua garis yang dimaksud adalah (1,-1). Dua garis tersebut tegak lurus karena perkalian kedua gradiennya adalah (-1). Gambarnya seperti berikut ini.



10) Substitusi persamaan pertama ke persamaan kedua, lalu Anda memperoleh persamaan berikut.

$$2x - 2 = -x + 1$$

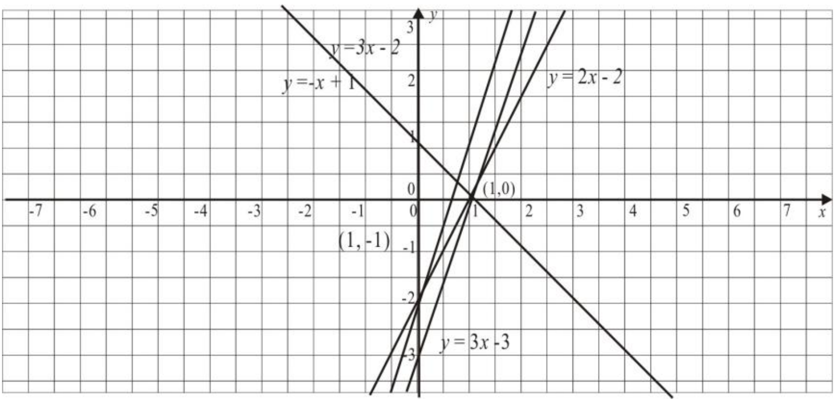
Pemecahan persamaan tersebut adalah x = 1. Selanjutnya, Anda substitusikan hasil ini ke persamaan pertama hingga diperoleh

$$y = 2.1 - 2 = 0.$$

Jadi, titik potong kedua garis yang dimaksud adalah (10). Karena garis yang diminta sejajar dengan garis y = 3x – 2, gradien garis tersebut adalah 3. Oleh karena itu, persamaannya y = 3x + a. Karena garis melalui titik (1,2), Anda memperoleh berikut ini.

$$0 = 3.1 + a$$

Jadi, a = -3. Persamaan garis yang diminta adalah y = 3x - 3. Grafiknya sebagai berikut.



RANGKUMAN

1. Fungsi linear dinyatakan sebagai

$$f(x) = mx + a$$

dikatakan linear karena grafiknya berupa garis.

2. Pada fungsi linear bentuk, jika f(x) dinyatakan sebagai y, Anda memperoleh persamaan

$$y = mx + a.$$

Persamaan terakhir ini disebut sebagai persamaan garis.

3. Garis mempunyai kemiringan atau disebut sebagai *gradien*. Jika Anda mempunyai dua titik (x_1, y_1) dan (x_2, y_2), gradien garis dapat Anda rumuskan sebagai berikut.
$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$
4. Perpotongan garis dengan sumbu y disebut sebagai *intersep-y*.
5. Tidak setiap persamaan garis merupakan fungsi linear. Sebagai contoh, grafik dari persamaan x = 2 adalah garis, tetapi dia bukan merupakan fungsi sehingga dia bukan merupakan fungsi linear.
6. Secara umum, persamaan linear dinyatakan sebagai Ax + By + C = 0 yang A dan B tidak keduanya nol.
7. Garis-garis sejajar mempunyai gradien yang sama.
8. Jika dua garis tidak vertikal tegak lurus, perkalian dua gradiennya adalah (-1).

TES FORMATIF 1

Pilihlah satu jawaban yang paling tepat!

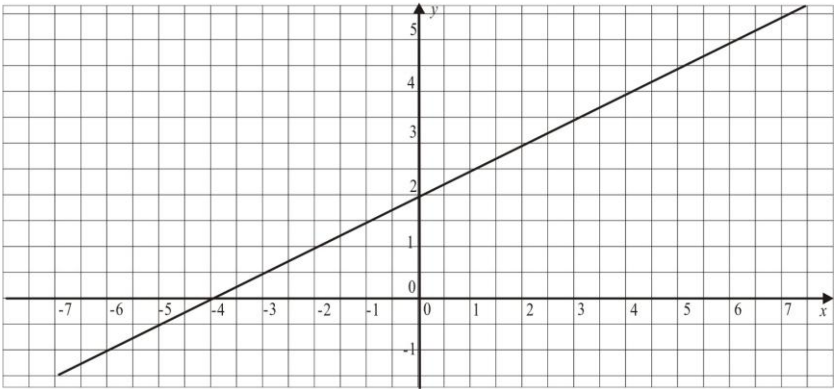
1) Rumus untuk fungsi linear f jika diberikan pasangan nilai seperti pada tabel berikut adalah ….

Tabel

x	f(x)
-1	-3
1	1

A. f(x) = -x + 1
B. f(x) = 3x – 2
C. f(x) = 2x - 1
D. f(x) = x – 1

2) Persamaan garis yang grafiknya berikut ini adalah ….



A. $y = \frac{1}{2}x + 2$

B. $y = \frac{1}{3}x - 3$

C. $y = 2x - 4$

D. $y = -2x + 2$

3) Intersep-y suatu garis dengan persamaan $y = 3x - 5$ adalah ….

A. 3

B. 2

C. -3

D. -5

4) Suatu garis yang melalui titik (2,1) dan mempunyai gradien -2 adalah ….

A. $y = 2x + 1$

B. $y = \frac{1}{2}x + 1$

C. $y = -2x + 2$

D. $y = -2x + 5$

5) Terdapat persamaan linear 2x – 3y + 1 = 0. Gradien garis dengan persamaan linear tersebut adalah ….
A. -3
B. $\frac{2}{3}$
C. 2
D. 3

6) Persamaan garis yang melalui titik (-1,2) dan sejajar dengan garis y = 2x + 2 adalah ….
A. y = 2x + 4
B. $y = \frac{1}{2}x - 2$
C. y = -2x + 2
D. $y = \frac{1}{2}x - 3$

7) Titik potong dua garis masing-masing dengan persamaan y = -2x + 1 dan y = 3x - 9 adalah ….
A. (1,2)
B. (2,1)
C. (-1,3)
D. (2,-3)

8) Persamaan garis yang melalui titik (1,-2) yang tegak lurus dengan persamaan y = x + 1 adalah ….
A. y = –x
B. y = x – 1
C. y = –x – 1
D. y = –2x – 1

9) Di antara dua garis berikut ini yang tegak lurus adalah ….
A. y = 2x – 2 dan y = 2x + 1
B. y = 2x – 2 dan y = $\frac{1}{2}x$ + 1
C. y = 2x – 2 dan y = –2x + 1
D. y = 2x – 2 dan y = $-\frac{1}{2}x$ + 1

10) Persamaan garis yang melalui titik potong dua garis y = -2x + 4 dan y = x + 1 serta sejajar dengan garis y = -3x + 1 adalah ….

A. $y = -\frac{1}{3}x + 5$

B. $y = -3x + 5$

C. $y = -3x + 3$

D. $y = \frac{1}{3}x + 5$

Cocokkanlah jawaban Anda dengan Kunci Jawaban Tes Formatif 1 yang terdapat di bagian akhir modul ini. Hitunglah jawaban yang benar. Kemudian, gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi Kegiatan Belajar 1.

$$\text{Tingkat penguasaan} = \frac{\text{Jumlah Jawaban yang Benar}}{\text{Jumlah Soal}} \times 100\%$$

Arti tingkat penguasaan: 90 - 100% = baik sekali
80 - 89% = baik
70 - 79% = cukup
< 70% = kurang

Apabila mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih, Anda dapat meneruskan dengan Kegiatan Belajar 2. **Bagus!** Jika masih di bawah 80%, Anda harus mengulangi materi Kegiatan Belajar 1, terutama bagian yang belum dikuasai.

KEGIATAN BELAJAR 2

Fungsi Kuadrat

Dalam kegiatan belajar ini, Anda akan mempelajari fungsi kuadrat lebih mendalam dibandingkan dengan Matematika Dasar 1. Beberapa aplikasi dari fungsi kuadrat adalah hubungan antara jarak dan percepatan suatu benda, luas lingkaran dipandang sebagai fungsi dari jari-jari, serta luas daerah persegi panjang yang bergantung pada suatu variabel. Fungsi kuadrat secara umum didefinisikan sebagai persamaan

$$y = ax^2 + bx + c$$

dengan a, b, dan c adalah konstanta real, tetapi $a \neq 0$. Pembatasan $a \neq 0$ menjamin bahwa persamaan $y = ax^2 + bx + c$ bukan fungsi linear.

A. MENGGAMBAR GRAFIK FUNGSI KUADRAT DENGAN CARA MERAJAH

Untuk menggambarkan suatu fungsi kuadrat, ikuti prosedur tiga langkah sederhana berikut.

1. Dapatkan koordinat beberapa titik yang memenuhi persamaan, yaitu memilih beberapa nilai x dan menentukan nilai y yang berpadanan. Sajikan titik-titik yang Anda peroleh dalam bentuk tabel.
2. Plotlah titik-titik tersebut pada bidang koordinat.
3. Hubungkan titik-titik tersebut dengan kurva mulus.

Menggambar grafik dengan cara seperti di atas dikatakan dengan cara merajah.

Contoh 1.13

Dengan cara merajah, gambarlah grafik fungsi kuadrat $y = x^2 - 4x + 3$.

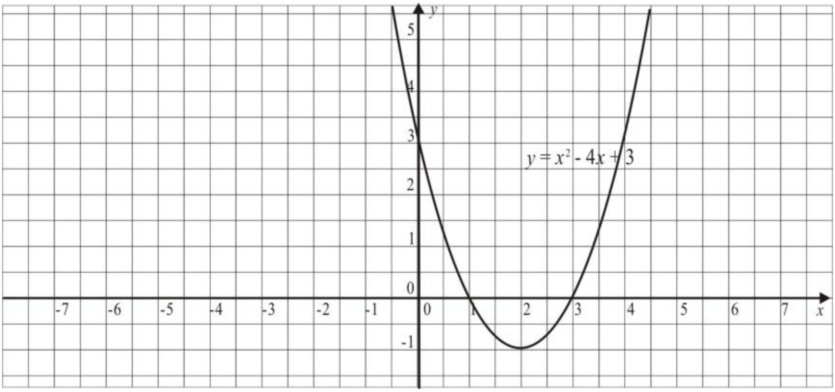
Penyelesaian

Dengan menggunakan prosedur tiga langkah di atas, Anda memperoleh tabel berikut ini.

Tabel

$y = x^2 - 4x + 3$					
x	0	1	2	3	4
y	3	0	-1	0	3

Berdasarkan tabel di atas, Anda dapat menentukan plot titik-titiknya dan menghubungkan titik-titik tersebut dengan sebuah kurva mulus. Oleh karena itu, Anda memperoleh grafik fungsi kuadrat $y = x^2 - 4x + 3$ seperti di bawah ini.



Anda perhatikan secara saksama gambar Contoh 1.13. Apa yang dapat Anda simpulkan? Beberapa hal yang dapat Anda simpulkan tentang grafik fungsi kuadrat $y = x^2 - 4x + 3$ sebagai berikut.

1. Memotong sumbu y di titik (0,3).
2. Memotong sumbu x di titik (1,0) dan (3,0).
3. Simetri terhadap garis x = 2.
4. Mempunyai titik puncak (2,-1).
5. Mempunyai nilai ekstrem -1.

Beberapa kesimpulan akan Anda bahas secara detail berikut ini. *Menggambar grafik fungsi kuadrat dengan cara menentukan titik potong dengan sumbu y, titik potong dengan sumbu x, dan titik puncak.*

Penentuan titik potong grafik fungsi kuadrat dengan sumbu y dilakukan melalui substitusi nilai x = 0 ke fungsi kuadrat. Lalu, Anda akan memperoleh berikut ini.

$$y = x^2 - 4x + 3$$
$$y = 0^2 - 4.0 + 3$$
$$y = 3$$

Jadi, titik potong grafik fungsi kuadrat $y = x^2 - 4x + 3$ dengan sumbu y adalah titik (0,3). Nilai 3 merupakan nilai c pada fungsi kuadrat bentuk umum $y = ax^2 + bx + c$. Jadi, titik potong grafik fungsi kuadrat dengan sumbu y atau intersep y adalah titik (0,c).

Penentuan titik potong grafik fungsi kuadrat dengan sumbu x dilakukan melalui substitusi nilai y = 0 ke fungsi kuadrat. Anda akan memperoleh:

$$y = x^2 - 4x + 3$$
$$0 = x2 - 4x + 3$$
$$(x - 1)(x - 3) = 0$$
$$x = 1 \text{ atau } x = 3.$$

Jadi, titik potong grafik fungsi kuadrat $y = x^2 - 4x + 3$ dengan sumbu x adalah titik-titik (1,0) dan (3,0).

Garis simetri grafik fungsi kuadrat $y = x^2 - 4x + 3$ adalah x = 2. Nilai ini dapat Anda peroleh dari

$$2 = -\frac{-4}{2.1} = -\frac{b}{2a}.$$

Bagaimanakah bukti dari bentuk umum di atas? Untuk melihatnya, terlebih dahulu Anda periksa garis simetri x = 2 secara analitis dengan memasukkan nilai x = 2 + k dan x = 2 – k (perlu diketahui bahwa k suatu konstanta) ke persamaan $y = x^2 - 4x + 3$.

Untuk x = 2 + k:

$$\begin{aligned} y &= (2 + k)^2 - 4(2 + k) + 3 \\ &= 4 + 4k + c^2 - 8 - 4k + 3 \\ &= k^2 - 1 \end{aligned}$$

Untuk x = 2 – k:

$$\begin{aligned} y &= (2 - k)^2 - 4(2 - k) + 3 \\ &= 4 - 4k + c^2 - 8 + 4k + 3 \\ &= k^2 - 1 \end{aligned}$$

Lihatlah nilai-nilai x = 2 + c dan x = 2 – c memberikan nilai y yang sama, yaitu $y = c^2 - 1$. Ini berarti garis x = 2 merupakan garis simetri grafik fungsi kuadrat $y = x^2 - 4x + 3$. Prosedur di atas tentunya dapat Anda perumum untuk persamaan $y = ax^2 + bx + c$, yaitu menyubstitusikan nilai-nilai $x = -\frac{b}{2a} + k$ dan $x = -\frac{b}{2a} - k$ ke fungsi kuadrat.

Untuk $x = -\frac{b}{2a} + k$

$$y = a\left(-\frac{b}{2a} + k\right)^2 + b\left(-\frac{b}{2a} + k\right) + c$$

$$= a\left(\frac{b^2}{4a^2} - \frac{b}{a}k + k^2\right) - \frac{b^2}{2a} + bk + c$$

$$= \frac{b^2}{4a} - bk + ak^2 - \frac{b^2}{2a} + bk + c$$

$$= ak^2 - \frac{b^2}{4a} + c$$

Untuk $x = -\frac{b}{2a} - k$

$$y = a\left(-\frac{b}{2a} - k\right)^2 + b\left(-\frac{b}{2a} - k\right) + c$$

$$= a\left(\frac{b^2}{4a^2} + \frac{b}{a}k + k^2\right) - \frac{b^2}{2a} - bk + c$$

$$= \frac{b^2}{4a} - bk + ak^2 - \frac{b^2}{2a} - bk + c$$

$$= ak^2 - \frac{b^2}{4a} + c$$

Jadi, garis $x = -\frac{b}{2a}$ merupakan garis simetri dari grafik fungsi kuadrat $y = ax^2 + bx + c$.

Titik puncak grafik fungsi kuadrat $y = x^2 - 4x + 3$ adalah titik (2, –1). Nilai –1 disebut sebagai nilai ekstrem. Nilai ini dapat Anda peroleh dengan menyubstitusikan nilai x = 2 ke persamaan berikut.

$$\begin{aligned} y &= x^2 - 4x + 3 \\ &= 2^2 - 4.2 + 3 = -1 \end{aligned}$$

Nilai ekstrem ini dapat pula Anda peroleh dari hal berikut ini.

$$\begin{aligned} -1 &= -\frac{(-4)^2 - 4.1.3}{4.1} \\ &= -\frac{b^2 - 4ac}{4a} \\ &= -\frac{D}{4a'} \end{aligned}$$

Perlu diketahui bahwa $D = b^2 - 4ac$ disebut sebagai diskriminan. Bukti secara umum dari kenyataan tersebut sebagai berikut.

Untuk $x = -\frac{b}{2a}$

$$\begin{aligned} y &= a\left(-\frac{b}{2a}\right)^2 + b\left(-\frac{b}{2a}\right) + c \\ &= \frac{b^2}{4a} - \frac{b^2}{2a} + c \\ &= \frac{b^2 - 2b^2 + 4ac}{4a} \\ &= \frac{-b^2 + 4ac}{4a} \\ &= -\frac{b^2 - 4ac}{4a} \\ &= -\frac{D}{4a} \end{aligned}$$

Jadi, titik puncak grafik fungsi kuadrat $y = ax^2 + bx + c$ adalah titik $\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{D}{4a}\right)$ yang memberikan nilai ekstrem $-\frac{D}{4a}$.

Hasil dari pembahasan di atas dapat Anda gunakan untuk menggambar grafik fungsi kuadrat secara umum. Oleh karena itu, untuk menggambar grafik fungsi kuadrat, Anda cukup menentukan hal-hal berikut.

1. Titik potong dengan sumbu y, yaitu (0,c).
2. Titik potong dengan sumbu x dengan mengambil nilai y = 0.
3. Titik puncak $\left(-\frac{b}{2a},-\frac{D}{4a}\right)$.

Contoh 1.14

Gambarlah grafik fungsi kuadrat $y=2x^2-2x-4$.

Penyelesaian

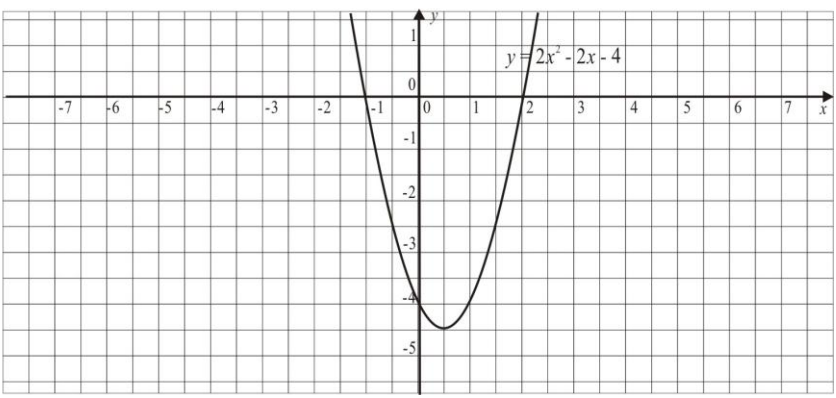
1. Titik potong dengan sumbu y adalah (0,c) = (0,-4).
2. Titik potong dengan sumbu x dan mengambil nilai y = 0.

$$2x^2 - 2x - 4 = 0$$
$$2(x^2 - x - 2) = 0$$
$$x^2 - x - 2 = 0$$
$$(x + 1)(x - 2) = 0$$
$$x = -1 \text{ atau } x = 2.$$

Jadi, titik potong dengan sumbu x adalah titik-titik (-1,0) dan (2,0).

3. Titik puncak $\left(-\frac{b}{2a},-\frac{D}{4a}\right)=\left(-\frac{-2}{2.2'}-\frac{(-2)^2-4.2.(-4)}{4.2}\right)=\left(\frac{1}{2},-4\frac{1}{2}\right)$

Oleh karena itu, Anda peroleh gambar berikut ini.



Pada Contoh 1.13 dan Contoh 1.14, fungsi kuadrat y = ax2 + bx + c untuk nilai a > 0, sedangkan grafiknya buka ke atas atau menghadap ke atas. Bagaimanakah grafik fungsi kuadrat untuk a < 0? Apakah grafiknya menghadap ke bawah? Untuk mengetahui hasilnya, Anda ikuti Contoh 1.15 berikut ini.

Contoh 1.15

Gambarlah grafik fungsi kuadrat $y = -2x^2 + 2x + 4$. Apakah grafiknya menghadap ke bawah?

Penyelesaian

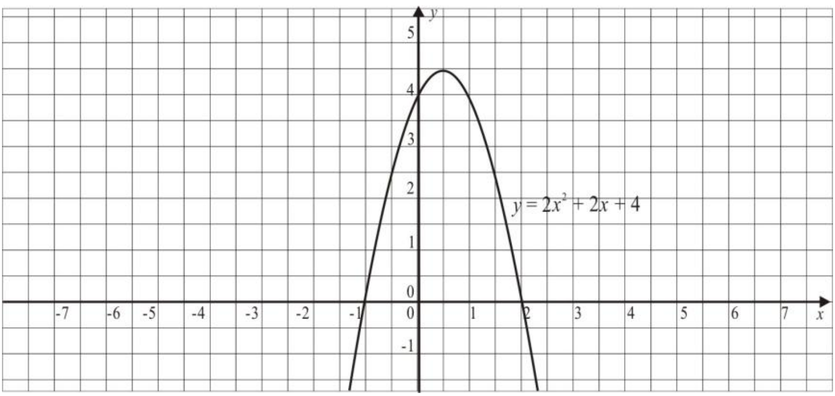
1. Titik potong dengan sumbu y adalah (0,c) = (0,4).
2. Titik potong dengan sumbu x dan mengambil nilai y = 0.

$$-2x^2 + 2x + 4 = 0$$
$$-2(x^2 - x - 2) = 0$$
$$x^2 - x - 2 = 0$$
$$(x + 1)(x - 2) = 0$$
$$x = -1 \text{ atau } x = 2.$$

Jadi, titik potong dengan sumbu x adalah titik-titik (-1,0) dan (2,0).

3. Titik puncak $\left(-\frac{b}{2a},-\frac{D}{4a}\right)=\left(-\frac{-2}{2.(-2)'}-\frac{2^2-4.(-2).4}{4.(-2)}\right)=\left(\frac{1}{2},-4\frac{1}{2}\right)$

Oleh karena itu, Anda memperoleh gambar berikut ini.



Jadi, grafik fungsi kuadrat $y = -2x^2 + 2x + 4$ menghadap ke bawah.

Secara umum, dapat Anda simpulkan bahwa grafik fungsi kuadrat $y = ax^2 + bx + c$ menghadap ke atas jika $a > 0$. Sebaliknya, menghadap ke bawah jika $a < 0$.

B. RUMUS KUADRAT

Untuk menentukan titik potong grafik fungsi kuadrat $y = ax^2 + bx + c$ dengan sumbu y, Anda telah menyelesaikannya dengan mengganti y = 0 sehingga memperoleh bentuk

$$ax^2 + \quad u + c = 0.$$

Bentuk ini disebut sebagai persamaan kuadrat. Pada contoh-contoh di atas, persamaan kuadrat telah Anda selesaikan dengan cara memfaktorkan. Namun, tidak semua persamaan kuadrat dapat Anda selesaikan dengan cara tersebut. Berikut ini akan Anda bahas penyelesaian persamaan kuadrat dengan menyempurnakan kuadrat sebagai dasar untuk mendapatkan rumus kuadrat. Oleh karena itu, pembahasan dimulai dari contoh penyelesaian persamaan kuadrat dengan cara melengkapkan kuadrat sempurna. Di sampingnya akan disajikan bentuk umum sehingga Anda memperoleh rumus persamaan kuadrat.

Contoh 1.16

Tentukan penyelesaian persamaan kuadrat $2x^2 + 5x + 1 = 0$ dengan melengkapkan kuadrat sempurna. Kemudian, tentukan penyelesaian untuk persamaan kuadrat $ax^2 + \quad u + c = 0$.

Penyelesaian

Contoh	Persamaan Umum
$2x^2 + 5x + 1 = 0$	$ax^2 + bx + c = 0$
$x^2 + \frac{5}{2}x = -\frac{1}{2}$	$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$
$\left[\frac{1}{2} \text{dari} \frac{5}{2} \text{adalah} \frac{5}{4}; \left(\frac{5}{4}\right)^2 = \frac{25}{16}\right]$	$\left[\frac{1}{2} \text{dari} \frac{b}{2} \text{adalah} \frac{b}{2a}; \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2}\right]$
$x^2 + \frac{5}{2}x + \frac{25}{16} = -\frac{1}{2} + \frac{25}{16}$	$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$

Contoh	Persamaan Umum
$\left(x+\frac{5}{4}\right)^2=\frac{17}{16}$	$\left(x+\frac{b}{2a}\right)=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$
$x+\frac{5}{4}=\pm\frac{\sqrt{17}}{4}$	$x+\frac{b}{2a}=\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$
$x=-\frac{5}{4}\pm\frac{\sqrt{17}}{4}$	$x=-\frac{b}{2a}\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$
$x=\frac{-5\pm\sqrt{17}}{4}$	$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

Jadi, penyelesaian dari persamaan kuadrat $2x^2 + 5x + 1 = 0$ adalah

$$x=\frac{-5+\sqrt{17}}{4} \text{ dan } x=\frac{-5-\sqrt{17}}{4}.$$

Penyelesaian persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ adalah

$$x=\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \text{ dan } x=\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}.$$

Dua persamaan terakhir disebut *rumus kuadrat* dan biasa ditulis sebagai berikut.

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

Rumus kuadrat yang telah Anda peroleh digunakan untuk menggambar grafik fungsi kuadrat, khususnya menentukan titik potong dengan sumbu x pada contoh berikut ini.

Contoh 1.17

Gambarlah grafik fungsi kuadrat $y = 2x^2 + 4x + 1$.

Penyelesaian

1. Titik potong dengan sumbu y adalah (0,c) = (0,1).
2. Titik potong dengan sumbu x mengambil nilai y = 0. Anda memperoleh persamaan kuadrat berikut.

$$2x^2 + 4x + 1 = 0$$

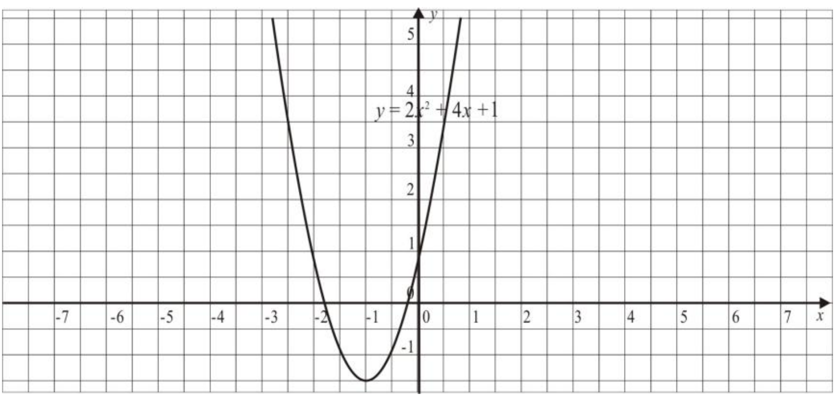
Anda tentukan penyelesaian persamaan kuadrat di atas dengan menggunakan rumus kuadrat berikut.

$$
\begin{aligned}
x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\
&= \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4.2.1}}{2.2} \\
&= \frac{4 \pm \sqrt{16-8}}{4} \\
&= \frac{4 \pm \sqrt{8}}{4} \\
&= \frac{4 \pm 2\sqrt{2}}{4} \\
&= 1 \pm \frac{1}{2}\sqrt{2}
\end{aligned}
$$

Jadi, titik potong dengan sumbu x adalah titik-titik $\left(1 - \frac{1}{2}\sqrt{2,0}\right)$ dan $\left(1 + \frac{1}{2}\sqrt{2,0}\right)$.

3. Titik puncak $\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{D}{4a}\right) = \left(-\frac{4}{2.2}, -\frac{4^2 - 4.2.1}{4.2}\right) = (-1,-1)$.

   Oleh karena itu, Anda memperoleh gambar berikut ini.



C. DEFINIT POSITIF DAN DEFINIT NEGATIF

Sejauh ini, Anda telah mendapatkan bahwa grafik fungsi kuadrat selalu memotong sumbu x. Apakah hal ini berlaku untuk persamaan lainnya juga? Perpotongan grafik fungsi kuadrat dengan sumbu x ditentukan melalui penggunaan rumus kuadrat. Pada rumus kuadrat, Anda mempunyai bentuk $\sqrt{b^2 - 4ac}$. Bentuk ini akan bernilai *real* untuk $b^2 - 4ac \geq 0$. Dalam hal lain, $b^2 - 4ac < 0$ bentuk $\sqrt{b^2 - 4ac}$ tidak bernilai *real*. Oleh karena itu, ada tidaknya perpotongan grafik fungsi kuadrat dengan sumbu x dapat Anda lihat dari bentuk $b^2 - 4ac$ yang pada pembahasan sebelumnya diberi notasi D atau $D = b^2 - 4ac$ yang disebut sebagai diskriminan. Jadi, Anda dapat menarik kesimpulan berikut.

1. Grafik fungsi kuadrat memotong sumbu x jika $D \geq 0$.
2. Grafik fungsi kuadrat tidak memotong sumbu x jika $D < 0$.

Dalam hal D = 0, grafik fungsi kuadrat memotong sumbu x pada satu titik atau dikatakan menyinggung sumbu x. Mengapa?

Contoh 1.18

Gambarlah grafik fungsi kuadrat y = x2 + x + 1. Apakah grafiknya memotong sumbu x? Jelaskan!

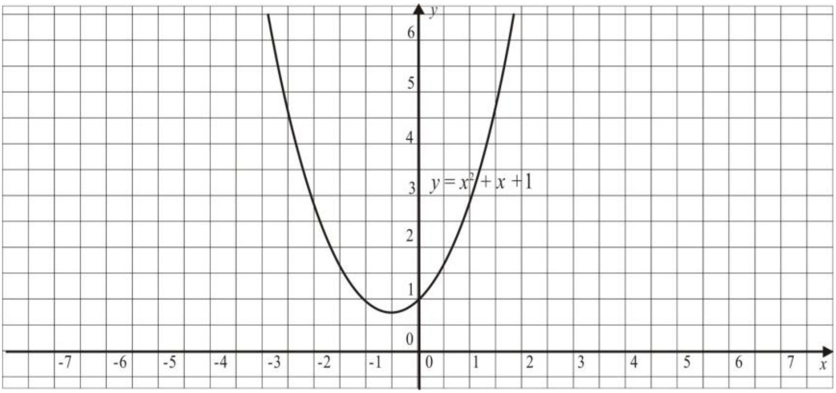
Penyelesaian

Untuk menentukan memotong tidaknya grafik fungsi kuadrat, perhatikan diskriminasinya, yaitu $D = b^2 - 4ac = 1^2 - 4.1.1 = 1 - 4 = -3 < 0$.

Jadi, grafik fungsi kuadrat $y = x^2 + x + 1$ tidak memotong sumbu x. Anda gambar grafiknya seperti berikut.

1. Titik potong dengan sumbu y adalah (0,c) = (0,1).
2. Titik puncak $\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{D}{4a}\right) = \left(-\frac{1}{2.1}, -\frac{1^2 - 4.1.1}{4.1}\right) = \left(-\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right)$

Oleh karena itu, Anda memperoleh gambar berikut.



Fungsi kuadrat dengan grafik di atas dikatakan sebagai *definit positif*, yaitu grafiknya tidak memotong sumbu x dan menghadap ke atas. Sebaliknya, jika suatu fungsi kuadrat tidak memotong sumbu x dan menghadap ke bawah, fungsi kuadrat dikatakan *definit negatif*. Apa yang dapat Anda simpulkan dari hasil ini? Secara ringkas, dapat Anda tulis sebagai berikut.

Fungsi kuadrat $y = ax^2 + bx + c$ dikatakan:

1. definit positif jika $a > 0$ dan $D < 0$,
2. definit negatif jika $a < 0$ dan $D < 0$.

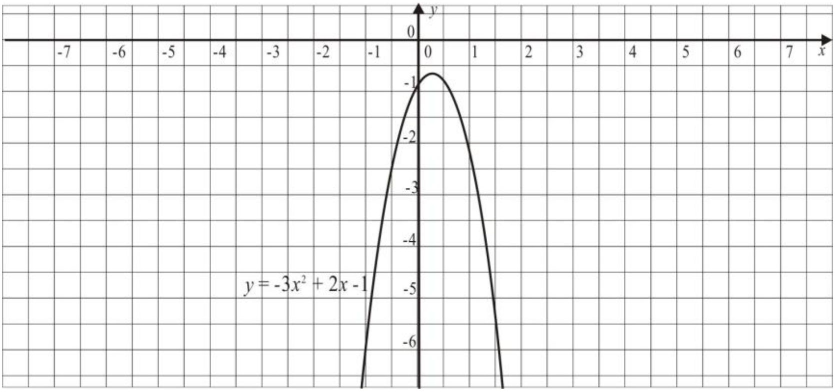
Contoh 1.19

Apakah definit positif atau negatif fungsi kuadrat $y = -3x^2 + 2x - 1$? Jelaskan! Gambarlah grafiknya!

Penyelesaian

Fungsi kuadrat $y = -3x^2 + 2x - 1$ definit negatif sebab $a = -3 < 0$ dan $D = 2^2 - 4.(-3).(-1) = 4 - 12 = -8 < 0$.

Dengan menggunakan prosedur seperti sebelumnya, Anda memperoleh grafik seperti berikut.



D. FUNGSI KUADRAT MELALUI TIGA TITIK YANG TIDAK SEGARIS

Anda perhatikan kembali fungsi kuadrat $y = ax^2 + bx + c$ yang $a \neq 0$. Jika fungsi kuadrat tersebut melalui titik tertentu, misalnya (2,1), Anda akan mempunyai persamaan bentuk

$$1 = a.(2)^2 + b(2) + c$$

yaitu persamaan dengan tiga variabel. Oleh karena itu, jika Anda mempunyai tiga titik yang memenuhi fungsi kuadrat tersebut, memungkinkan Anda untuk menentukan variabel-variabel a, b, dan c. Dengan kata lain, Anda akan dapat menentukan fungsi kuadrat yang grafiknya melalui tiga titik yang tidak segaris.

Contoh 1.20

Tentukan fungsi kuadrat yang grafiknya melalui titik-titik (-1,-3), (0,-1), dan (1,5). Gambarlah grafiknya.

Penyelesaian

Misalnya, fungsi kuadrat yang diminta adalah $y = ax^2 + bx + c$. Karena grafik fungsi kuadrat melalui titik-titik (-1,-3), (0,-1), dan (1,5), Anda memperoleh persamaan-persamaan berikut.

$$a.(-1)^2 + b(-1) + c = -3$$

$$a.0^2 \quad + b.0 \quad + c = -1$$

$$a.1^2 \quad + b.1 \quad + c\ 5$$

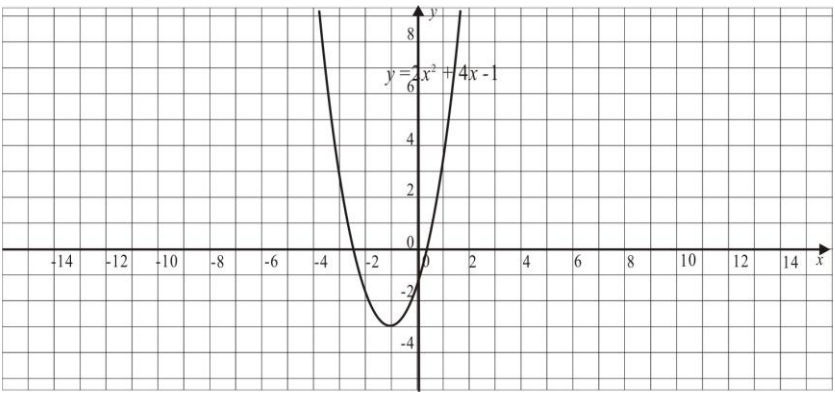
atau

$$a - b + c = -3 \quad (1)$$
$$c = -1 \quad (2)$$
$$a + b + c = 5 \quad (3)$$

Substitusikan persamaan (2) ke persamaan (1) dan (3). Kemudian, Anda gunakan cara eliminasi. Anda akan memperoleh berikut ini.

$$\begin{array}{r} a - b = -2 \\ a + b = 6 \\ \hline 2a = 4 \\ a = 2 \end{array} +$$

Substitusikan a = 2 ke persamaan a – b = –2. Anda memperoleh b = 4. Jadi, fungsi kuadrat yang diminta adalah $y = 2x^2 + 4x - 1$. Grafiknya seperti berikut.



Pembahasan pada kegiatan belajar ini akan diakhiri dengan contoh suatu benda bergerak yang mengikuti lintasan parabola.

Contoh 1.21

Suatu benda dilempar ke atas sehingga lintasannya berbentuk parabola yang melalui titik-titik (-1,7), (2,13), dan (3,11). Gambarlah grafiknya.

Penyelesaian

Karena lintasan benda berbentuk parabola, Anda dapat memisalkannya sebagai fungsi kuadrat $y = ax^2 + bx + c$. Oleh karena itu, Anda memperoleh persamaan-persamaan berikut.

$$a.(-1)^2 + b.(-1) + c = 7$$
$$a.2^2 \quad + b.2 \quad + c = 13$$
$$a.3^2 \quad + b.3 \quad + c = 11$$

atau

$$a - b + c = 7 \qquad (1)$$
$$4a + 2b + c = 13 \qquad (2)$$
$$9a + 3b + c = 11 \qquad (3)$$

Lalu, kurangkan persamaan (1) ke persamaan (2) dan (3). Anda memperoleh persamaan berikut.

$$3a + 3b = 6 \qquad (4)$$
$$8a + 4b = 4 \qquad (5)$$

Persamaan (4) dapat Anda sederhanakan menjadi berikut.

$$a + b = 2 \qquad (6)$$

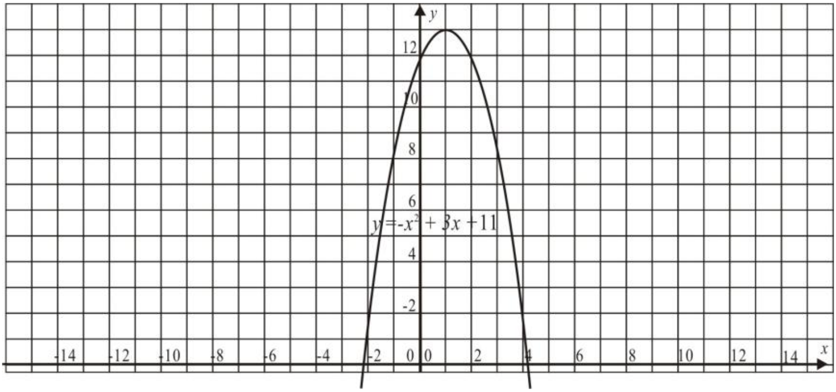
Persamaan (5) dapat Anda sederhanakan menjadi berikut ini.

$$2a + b = 1$$

Gunakan eliminasi seperti di bawah ini.

$$\begin{array}{r} a + b = 2 \\ 2a + b = 1 \\ \hline -a = 1 \\ a = -1 \end{array} +$$

Dengan mudah, Anda akan memperoleh b = 3 dan c = 11. Jadi, fungsi kuadrat yang diminta adalah $y = -x^2 + 3x + 11$. Grafiknya seperti berikut ini.



LATIHAN

Untuk memperdalam pemahaman Anda mengenai materi di atas, kerjakanlah latihan berikut!

1) Dengan cara merajah, gambarlah grafik fungsi kuadrat, $y = x^2 + x - 6$!
2) Gambarlah grafik fungsi kuadrat $y = x^2 - 1$ dengan menentukan titik potong dengan sumbu y, titik potong dengan sumbu x, dan titik puncak!
3) Menghadap ke atas atau ke bawah grafik dari fungsi kuadrat $y = -x^2 + 4x - 4$. Gambarlah grafiknya!
4) Tentukan penyelesaian persamaan kuadrat $x^2 - 3x + 1 = 0$ dengan melengkapkan kuadrat sempurna!
5) Gambarlah grafik fungsi kuadrat $y = 2x^2 - 5x + 2$!
6) Gambarlah grafik fungsi kuadrat $y = -x^2 + 2x - 4$! Apakah grafiknya memotong sumbu x? Jelaskan!
7) Definit positif atau negatifkah fungsi kuadrat $y = 2x^2 - 2x + 1$? Jelaskan! Gambarlah grafiknya!
8) Tentukan fungsi kuadrat yang grafiknya melalui titik-titik (-1,0), (0,1), dan (1,3), lalu gambarlah grafiknya!
9) Suatu benda dilempar ke atas sehingga lintasannya berbentuk parabola yang melalui titik-titik (-1,6), (0,6), dan (1,4). Gambarlah grafiknya!
10) Suatu benda dilempar ke atas sehingga lintasannya berbentuk parabola dengan persamaan $y = -t^2 + 5x$. Hitunglah tinggi maksimum benda tersebut!

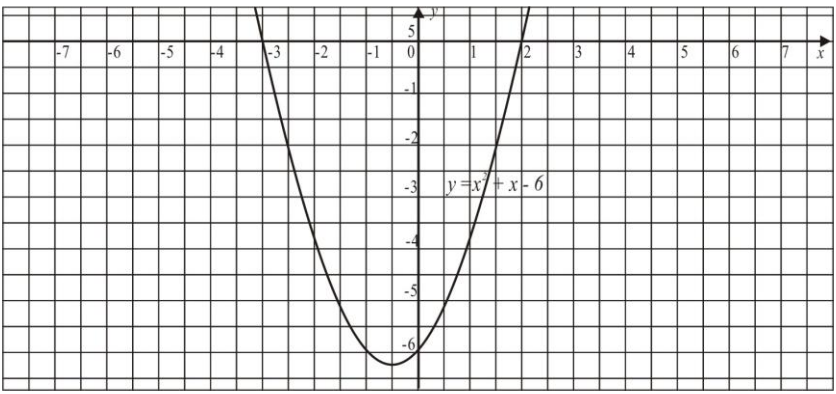
Petunjuk Jawaban Latihan

1) Dengan menggunakan prosedur tiga langkah di atas, Anda memperoleh tabel berikut ini.

Tabel

$y = x^2 + x - 6$					
x	-2	-1	0	1	2
y	-4	-6	-6	-4	0

Berdasarkan tabel di atas, Anda dapat menentukan plot titik-titiknya dan menghubungkan titik-titik tersebut dengan sebuah kurva mulus. Oleh karena itu, Anda memperoleh grafik fungsi kuadrat $y = x^2 + x - 6$ seperti di bawah ini.



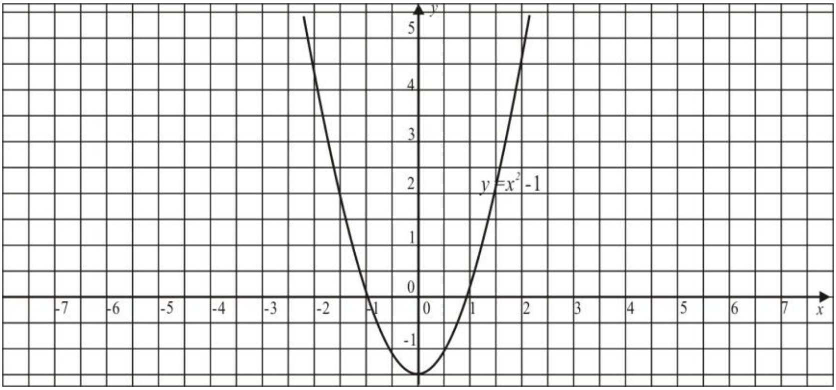
2) Titik potong dengan sumbu y adalah (0,c) = (0,-1).
Titik potong dengan sumbu x mengambil nilai y = 0.

$$x^2 - 1 = 0$$
$$(x + 1)(x - 1) = 0$$
$$x = -1 \text{ atau } x = 1.$$

Jadi, titik potong dengan sumbu x adalah titik-titik (-1,0) dan (1,0).

Titik puncak $\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{D}{4a}\right) = \left(-\frac{0}{2.1}, -\frac{0^2 - 4.1.(-1)}{4.1}\right) = (0, -1)$

Oleh karena itu, Anda memperoleh gambar seperti berikut ini.



3) Grafik fungsi kuadrat $y = -x^2 + 4x - 4$ menghadap ke bawah karena $a = -1 < 0$.

Titik potong dengan sumbu y adalah (0,c) = (0,-4).

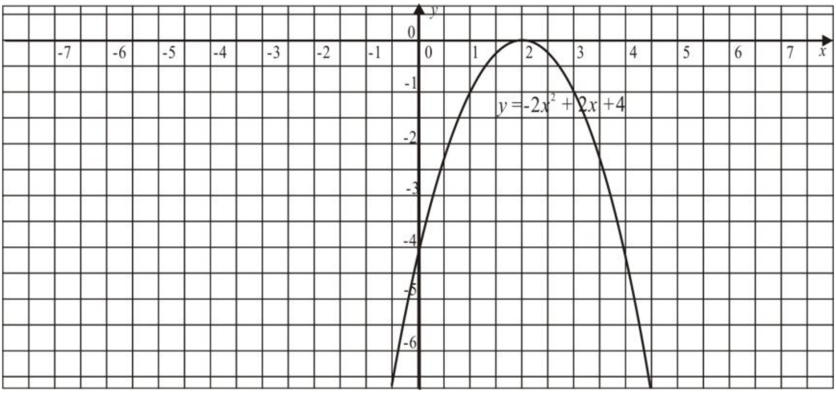
Titik potong dengan sumbu x mengambil nilai y = 0.

$$-x^2 + 4x - 4 = 0$$
$$-(x^2 - 4x + 4) = 0$$
$$(x^2 - 4x + 4) = 0$$
$$(x - 2)^2 = 0$$
$$x = 2.$$

Jadi, titik potong dengan sumbu x adalah titik (2,0).

Titik puncak $\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{D}{4a}\right) = \left(-\frac{4}{2.(-1)}, -\frac{4^2 - 4(-1)(-4)}{4.(-1)}\right) = (2,0)$

Perhatikan bahwa titik puncak dan titik potong dengan sumbu x adalah sama. Apa yang dapat Anda simpulkan dari kenyataan ini? Gambar grafik yang diminta seperti di bawah ini.



4) $x^2 - 3x + 1 = 0$

Penyelesaian persamaan kuadrat di atas seperti berikut ini.

$x^2 - 3x + 1 = 0$

$x^2 - 3x = 1$

$$\left[\frac{1}{2}\text{dari} - 3\,\text{adalah} - \frac{3}{2}; \left(-\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}\right]$$

$$x^2 - 3x + \frac{9}{4} = -1 + \frac{9}{4}$$

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{5}{4}$$

$$x - \frac{3}{2} = \pm\frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$x = \frac{3}{2} \pm \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

Jadi, penyelesaian dari persamaan kuadrat $x^2 - 3x + 1 = 0$ adalah

$$x = \frac{3+\sqrt{5}}{2} \text{ dan } x = \frac{3-\sqrt{5}}{2}.$$

5) Titik potong dengan sumbu y adalah (0,c) = (0,2).
Titik potong dengan sumbu x mengambil nilai y = 0. Anda memperoleh persamaan kuadrat di bawah ini.

$$2x^2 - 5x + 2 = 0$$

Tentukan penyelesaian persamaan kuadrat di atas dengan menggunakan rumus kuadrat seperti berikut.

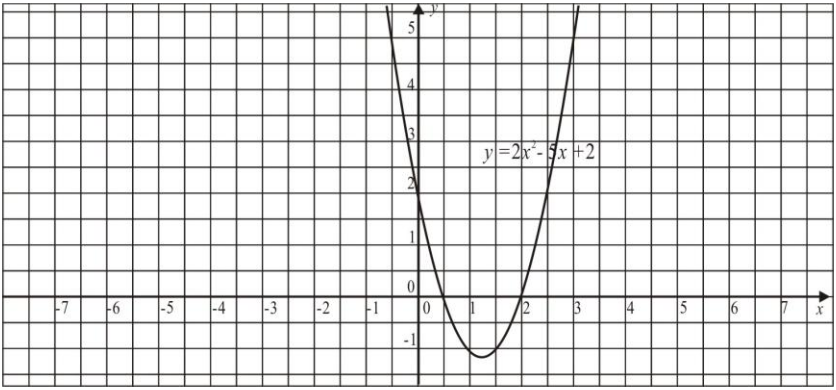
$$\begin{aligned} x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ &= \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4.2.2}}{2.2} \\ &= \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{4} \\ &= \frac{5 \pm \sqrt{9}}{4} \\ &= \frac{5 \pm 3}{4} \end{aligned}$$

$$x = \frac{5+3}{4} = 2 \text{ atau } x = \frac{5-3}{4} = \frac{1}{2}$$

Jadi, titik potong dengan sumbu x adalah titik-titik (2,0) dan $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$.

Titik puncak $\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{D}{4a}\right) = \left(-\frac{-5}{2.2}, -\frac{(-5)^2 - 4.2.2}{4.2}\right) = \left(1\frac{1}{4}, -1\frac{1}{8}\right)$

Oleh karena itu, Anda memperoleh gambar seperti berikut ini.



6) Untuk menentukan memotong tidaknya grafik fungsi kuadrat, perhatikan diskriminannya, yaitu

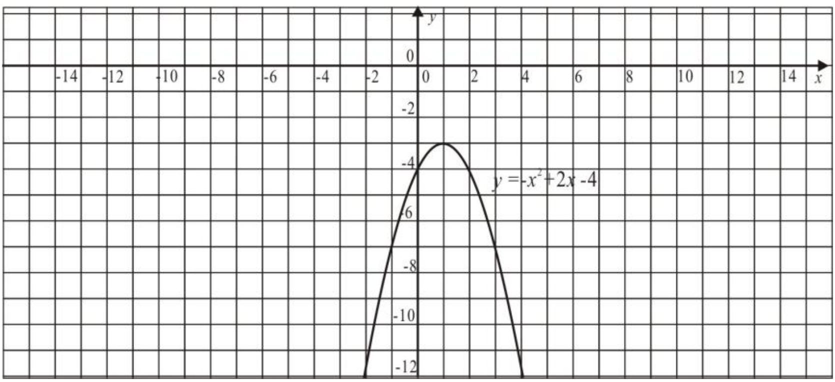
$$D = b^2 - 4ac = 2^2 - 4.(-1).(-4) = 4 - 16 = -12 < 0.$$

Jadi, grafik fungsi kuadrat y = x^2 + 2x - 4 tidak memotong sumbu x. Gambar grafiknya seperti berikut.

Titik potong dengan sumbu y adalah (0,c) = (0,-4).

Titik puncak $\left(-\dfrac{b}{2a}, -\dfrac{D}{4a}\right) = \left(-\dfrac{2}{2.(-1)}, -\dfrac{2-4(-1).(-4)}{4.(-1)}\right) = (1, -3)$

Oleh karena itu, Anda memperoleh gambar berikut ini.



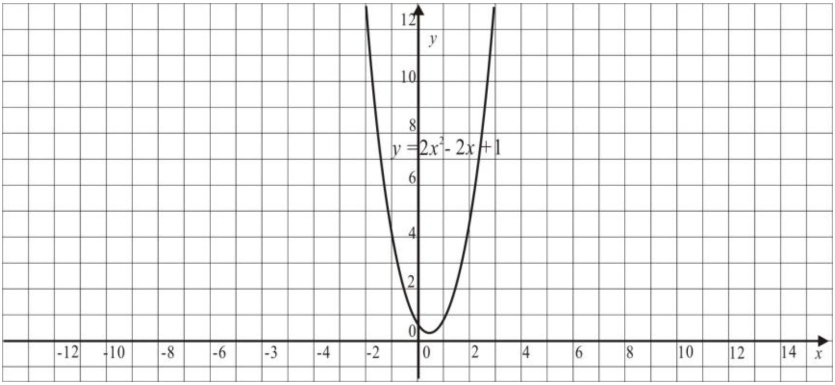
7) Fungsi kuadrat $y = 2x^2 - 2x + 1$ definit positif karena

$$a = 2 > 0,$$

dan

$$D = (-2)^2 - 4.2.1 = 4 - 8 = -4 < 0.$$

Dengan menggunakan prosedur sebelumnya, Anda memperoleh grafik seperti berikut ini.



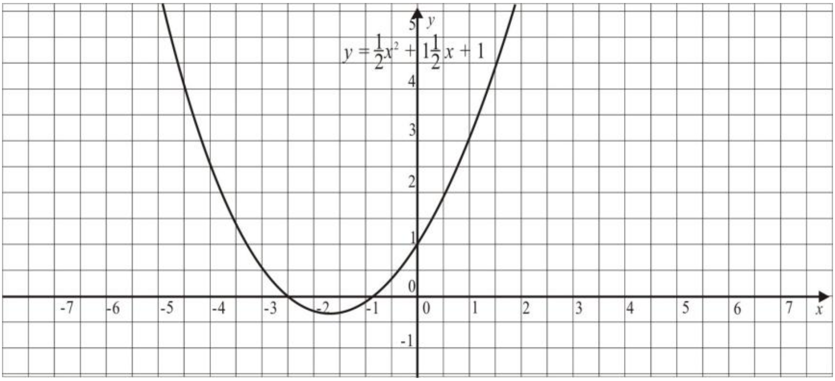
8) Misalkan, fungsi kuadrat yang diminta adalah $y = ax^2 + bu + c$. Karena grafik fungsi kuadrat melalui titik-titik (-10), (0,1), dan (1,3), Anda memperoleh persamaan-persamaan berikut.

$$a.(-1)^2 + b.(-1) + c = 0$$
$$a.(0)^2 + b.0 \quad + c = 1$$
$$a.(1)^2 + b.1 \quad + c = 3$$

atau

$$a - b + c = 0 \qquad (1)$$
$$c = 1 \qquad (2)$$
$$a + b + c = 3 \qquad (3)$$

Penyelesaian bersama dari sistem persamaan di atas adalah $a = \frac{1}{2}$, $b = 1\frac{1}{2}$, dan $c = 1$. Jadi, fungsi kuadrat yang diminta adalah $y = \frac{1}{2}x^2 + 1\frac{1}{2}x + 1$. Grafiknya seperti berikut ini.



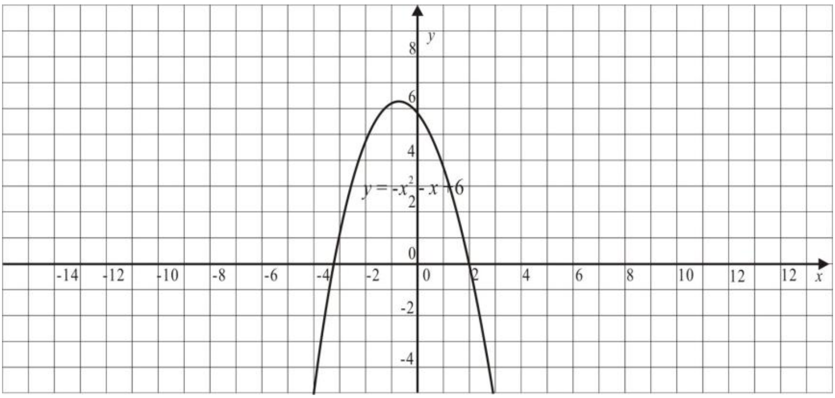
9) Karena lintasan benda berbentuk parabola, Anda dapat memisalkannya sebagai fungsi kuadrat $y = ax^2 + bx + c$. Oleh karena itu, Anda memperoleh persamaan-persamaan berikut.

$$a.(-1)^2 + b.(-1) + c = 6$$
$$a.0^2 + b.0 + c = 6$$
$$a.1^2 + b.1 + c = 4$$

atau

$$a - b + c = 6 \qquad (1)$$
$$c = 6 \qquad (2)$$
$$a + b + c = 4 \qquad (3)$$

Penyelesaian bersama dari sistem persamaan di atas adalah a = -1, b = -1, dan c = 6. Jadi, fungsi kuadrat yang diminta adalah $y = -x^2 - x + 6$. Grafiknya seperti berikut ini.



10) Tinggi maksimum diperoleh dari rumus $-\frac{D}{4a}$. Lintasan benda berbentuk pada bola dengan persamaan y = t^2 + 5t. Oleh karena itu, tinggi maksimumnya adalah $-\frac{5^2-4.(-1).0}{4(-1)}=\frac{25}{4}=6\frac{1}{4}$.

RANGKUMAN

1. Menggambar grafik fungsi kuadrat dengan cara merajah perlu melakukan tahap berikut.
   a. Dapatkan koordinat beberapa titik yang memenuhi persamaan, yaitu memilih beberapa nilai x dan menentukan nilai y yang berpadanan.
   b. Sajikan titik-titik yang Anda peroleh dalam bentuk tabel.
   c. Plotlah titik-titik tersebut pada bidang koordinat.
   d. Hubungkan titik-titik tersebut dengan kurva mulus.
2. Ketika menggambar grafik fungsi kuadrat y = ax2 + bx + c, Anda cukup menentukan hal-hal berikut.
   a. Titik potong dengan sumbu y, yaitu (0,c).
   b. Titik potong dengan sumbu x mengambil nilai y = 0.
   c. Titik puncak $\left(-\frac{b}{2a},-\frac{D}{4a}\right)$.
3. Grafik fungsi kuadrat y = ax^2 + bx + c menghadap ke atas jika a > 0. Sebaliknya, menghadap ke bawah jika a < 0.
4. Rumus kuadrat biasa ditulis sebagai berikut.
   $$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$
   Rumus kuadrat yang telah Anda peroleh digunakan untuk menentukan titik potong dengan sumbu x.
5. Grafik fungsi kuadrat memotong sumbu x jika D ≥ 0.
6. Grafik fungsi kuadrat tidak memotong sumbu x jika D < 0.
7. Dalam hal D = 0, grafik fungsi kuadrat memotong sumbu x pada satu titik atau dikatakan menyinggung sumbu x.
8. Fungsi kuadrat y = ax^2 + bx + c dikatakan:
   a. definit positif jika a > 0 dan D < 0
   b. definit negatif jika a < 0 dan D < 0.

TES FORMATIF 2

Pilihlah satu jawaban yang paling tepat!

1) Tiga titik yang dilalui grafik fungsi kuadrat $y = x^2 - 2x + 6$ adalah ….
   A. (-1,5), (0,6), (1,9)
   B. (-1,9), (0,6), (1,5)
   C. (-1,9), (0,5), (1,5)
   D. (-1,3), (0,5), (1,9)

2) Titik potong dengan sumbu y yang grafik fungsi kuadrat $y = x^2 + 3x - 4$ adalah ….
   A. (1,0)
   B. (0,4)
   C. (-4,0)
   D. (0,-4)

3) Titik potong dengan sumbu x yang grafik fungsi kuadrat $y = 2x^2 - 4x + 1$ adalah ….
   A. $\left(1+\frac{1}{2}\sqrt{2},0\right)$
   B. $\left(0,1+\frac{1}{2}\sqrt{2}\right)$
   C. $\left(-1+\frac{1}{2}\sqrt{2,0}\right)$
   D. $\left(0,-1+\frac{1}{2}\sqrt{2}\right)$

4) Grafik dari fungsi kuadrat $y = -x^2 + 4x - 1$ mempunyai titik puncak, yaitu ….
   A. (-2,-13)
   B. (-2,3)
   C. (0,-1)
   D. (2,3)

5) Perhatikan fungsi kuadrat $y = ax^2 + bx + 1$. Jika titik puncak grafik fungsi kuadrat tersebut adalah (2,-3), nilai-nilai a dan b adalah ….
   A. a = -2, b = 6
   B. a = 1, b = -4

C. $a = 1, b = 6$
D. $a = 2, b = 4$

6) Fungsi kuadrat berikut yang grafiknya tidak memotong sumbu x adalah ….
A. $y = -2x^2 + 2x + 2$
B. $y = 2x^2 – 2x – 2$
C. $y = 2x^2 + 2x – 2$
D. $y = 2x^2 – 2x + 2$

7) Fungsi kuadrat $y = –x^2 + 2x – 2$ adalah definit negatif karena ….
A. $D > 0, a < 0$
B. $D < 0, a < 0$
C. $D < 0, b > 0$
D. $D > 0, b > 0$

8) Fungsi kuadrat yang grafiknya melalui titik-titik (-1, -5), (0, -2), dan (1,3) adalah ….
A. $y = x^2 + 4x – 2$
B. $y = 2x^2 – 5x – 2$
C. $y = –x^2 + 3x – 2$
D. $y = –2x^2 + 4x – 2$

9) Suatu benda dilempar ke atas sehingga lintasannya berbentuk parabola yang melalui titik-titik (–1,–3), (1,7), dan (2,6). Maka itu, persamaan parabola yang dimaksud adalah ….
A. $y = –x^2 + 4x + 4$
B. $y = –2x^2 + 4x – 1$
C. $y = –2x^2 + 5x – 4$
D. $y = –2x^2 + 5x + 4$

10) Suatu benda dilempar ke atas sehingga lintasannya berbentuk parabola dengan persamaan $y = –t^2 – 5t + 6$. Maka itu, benda mencapai tanah pada saat ….
A. $t = 1$
B. $t = 2$
C. $t = 3$
D. $t = 4$

Cocokkanlah jawaban Anda dengan Kunci Jawaban Tes Formatif 2 yang terdapat di bagian akhir modul ini. Hitunglah jawaban yang benar. Kemudian, gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi Kegiatan Belajar 2.

$$\text{Tingkat penguasaan} = \frac{\text{Jumlah Jawaban yang Benar}}{\text{Jumlah Soal}} \times 100\%$$

Arti tingkat penguasaan: 90 - 100% = baik sekali
80 - 89% = baik
70 - 79% = cukup
< 70% = kurang

Apabila mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih, Anda dapat meneruskan dengan modul selanjutnya. **Bagus!** Jika masih di bawah 80%, Anda harus mengulangi materi Kegiatan Belajar 2, terutama bagian yang belum dikuasai.

Kunci Jawaban Tes Formatif

Tes Formatif 1

1) Jawab C.
   Bentuk umum fungsi linear adalah f(x) = mx + a.
   Substitusi titik-titik yang diketahui ke fungsi linear diperoleh persamaan berikut.
   $$-3 = m.(-1) + a$$
   $$1 = m.1 + a$$
   Penyelesaian bersama dua persamaan tersebut adalah m = 2 dan a = -1. Jadi, fungsi linear yang diminta adalah f(x) = 2x – 1.
2) Jawab A.
   Garis melalui titik (-4,0) dan titik (0,2). Oleh karena itu, diperoleh persamaan berikut.
   $$0 = m.(-4) + a$$
   $$2 = m.0 + a$$
   Penyelesaian dua persamaan tersebut adalah m = -2 dan a = 2. Jadi, fungsi linear yang diminta berikut.
   $$y = \frac{1}{2}x + 2$$
3) Jawab D.
   Intersep-y suatu garis dengan persamaan y = mx + a adalah a. Oleh karena itu, intersep-y persamaan garis y = 3x - 5 adalah -5.
4) Jawab D.
   Suatu garis melalui titik (2,1) dan mempunyai gradien -2. Jadi, m = -2. Maka itu, persamaannya adalah y = -2x + a.
   Substitusi titik (2,1) ke persamaan di atas diperoleh y = -2x + 5.
5) Jawab B.
   Gradien persamaan linear ax + by + c = 0 adalah $m = -\frac{a}{b}$. Oleh karena itu, persamaan linear 2x – 3y + 1 = 0 mempunyai gradien $\frac{2}{3}$.
6) Jawab A.
   Garis sejajar dengan persamaan y = 2x + 2. Oleh karena itu, persamaannya adalah y = 2x + a.

Garis melalui titik (-1,2) hingga substitusi titik tersebut ke persamaan diperoleh a = 4. Jadi, persamaan yang diminta adalah y = 2x + 4.

7) Jawab D.
Titik potong dua garis masing-masing dengan persamaan y = -2x + 1 dan y = 3x - 9 diperoleh seperti berikut.

$$3x - 9 = -2x + 1$$
$$5x = 10$$
$$x = 2$$

Substitusi x = 2 ke persamaan y = -2x + 1 diperoleh y = -3. Jadi, titik potong yang diminta adalah (2,-3).

8) Jawab C.
Garis tegak lurus dengan garis persamaan y = x + 1. Oleh karena itu, persamaannya adalah y = -x + a. Garis melalui titik (1,-2) sehingga substitusi titik ke persamaan diperoleh berikut ini.

$$y = -x + a$$
$$-2 = -1 + a$$
$$a = -1$$

Jadi, persamaan yang diminta adalah y = -x – 1.

9) Jawab D.
Dua garis tegak lurus jika perkalian gradiennya adalah (-1).

10) Jawab B.
Titik potong dua garis y = -2x + 4 dan y = x + 1 adalah (1,2). Garis sejajar dengan garis y = -3x + 1 sehingga persamaannya adalah y = -3x + 5.

Tes Formatif 2

1) Jawab B.
Substitusikan tiga titik tersebut ke fungsi kuadrat $y = x^2 - 2x + 6$. Contohnya, (-1,9): $9 = (-1)^2 - 2.(-1) + 6 = 1 + 2 + 6 = 9$. Jadi, titik (-1,9) dilalui oleh grafik fungsi kuadrat $y = x^2 - 2x + 6$.
(0,5): $5 = 0^2 - 2.0 + 6 = 6$. Karena persamaan ini salah, titik (0,5) tidak dilalui grafik fungsi kuadrat $y = x^2 - 2x + 6$. Demikian juga untuk titik-titik yang lainnya.

2) Jawab D.
Titik potong grafik fungsi kuadrat $y = x^2 + 3x - 4$ dengan sumbu y dicapai pada x = 0. Oleh karena itu, substitusi x = 0 ke fungsi kuadrat diperoleh y = -4.

3) Jawab A.
Titik potong grafik fungsi kuadrat y = $2x^2 - 4x + 1$ dengan sumbu x dicapai pada y = 0. Oleh karena itu, dengan menggunakan rumus kuadrat, diperoleh $x = 1 \pm \frac{1}{2}\sqrt{2}$. Jadi, titik potong dengan sumbu x salah satunya adalah $\left(1 + \frac{1}{2}\sqrt{2,0}\right)$.

4) Jawab D.
Titik puncak grafik fungsi kuadrat y = $ax^2 + bx + c$ adalah $\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{D}{4a}\right)$.
Oleh karena itu, titik puncak grafik fungsi kuadrat y = $-x^2 + 4x - 1$ adalah $\left(-\frac{4}{2(-1)}, -\frac{4^2 - 4(-1).(1-)}{4.(-1)}\right) = (2,3)$.

5) Jawab C.
Titik puncak grafik fungsi kuadrat y = $ax^2 + bx + c$ adalah $\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{D}{4a}\right)$.
Oleh karena itu, diperoleh hal berikut ini.

$$-\frac{b}{2a} = -2$$

$$-\frac{D}{4a} = -\frac{b^2 - 4ac}{4a} = -3$$

Penyelesaian persamaan tersebut adalah a = 1, b = 4.

6) Jawab D.
Grafik fungsi kuadrat tidak memotong sumbu x jika $D = b^2 - 4ac < 0$. Di antara empat pilihan tersebut, yang memenuhi adalah d karena $b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4.2.2 = -12 < 0$.

7) Jawab B.
Fungsi kuadrat y = ax2 + bx + c adalah definit negatif jika D < 0, a < 0.

8) Jawab A.
Misalnya, fungsi kuadrat y = $ax^2 + bx + c$. Substitusi titik-titik (-1,-5), (0,-2), dan (1,3) ke persamaan tersebut sehingga diperoleh y = $x^2 + 4x - 2$.

9) Jawab D.
Caranya sama seperti jawaban nomor 8.

10) Jawab C.
Benda itu mencapai y = 0. Oleh karena diperoleh persamaan $-t^2 + t + 6 = 0$, pemecahan persamaan tersebut adalah t = -2 atau t = 3. Karena waktu nilainya tidak pernah negatif, nilai t = 3.

Glosarium

Definit positif	:	suatu istilah untuk fungsi kuadrat yang grafiknya menghadap ke atas dan tidak memotong sumbu x.
Definit negatif	:	suatu istilah untuk fungsi kuadrat yang grafiknya menghadap ke bawah dan tidak memotong sumbu x.
Dua garis, salah satunya tidak vertikal, dan yang berpotongan saling tegak	:	lurus dua garis yang perkalian dua gradiennya adalah (-1).
Fungsi linear	:	suatu fungsi yang grafiknya berupa garis.
Fungsi kuadrat	:	suatu fungsi yang grafiknya berupa parabola.
Gradien	:	ukuran kemiringan suatu garis.
Garis-garis sejajar	:	garis-garis yang mempunyai gradien sama.
Intersep-y	:	perpotongan garis dengan sumbu y.
Menggambar grafik cara merajah	:	cara menggambar grafik dengan menentukan beberapa titik yang memenuhi persamaan, yaitu memilih beberapa nilai x dan menentukan nilai y yang berpadanan, kemudian menghubungkan titik-titik tersebut dengan kurva mulus.
Persamaan linear	:	persamaan yang mempunyai bentuk $Ax + By + C = 0$ yang A dan B tidak keduanya nol.
Rumus kuadrat	:	rumus untuk menentukan akar-akar persamaan kuadrat.

Daftar Pustaka

Belzy & B. Beecher. (2006). *Algebra and Trigonometry.* New York: Pearson Education.

Payne, J. N.; F. F. Zamboni; dan F. G. Lankford Jr. (1972). *Algebra Twoo with Trigonometry*. New York: Harcourt Brace Jovanonich.

Purcell, E.J.; D. Varberg; dan S. E. Ridgon. (2004). *Kalkulus, terj*. I. N. Susila. Jakarta: Erlangga.

Stein, G. R. (1986). *Fundamentals of College Algebra with Trigonometry.* Chicago: Nelson Hall.

Wooton, W & I. Drooyan. (1962). *Intermediate Algebr*. Belmont, California: Wodsworth Publishing Company.