

Kalimat Logika Proposisional, Aturan Sintaktik dan Interpretasi

Dr. Suprpto, M.I.Kom.



PENDAHULUAN

Secara umum, kalimat-kalimat dalam bahasa natural seperti bahasa Inggris, Perancis, termasuk bahasa Indonesia bisa dikelompokkan menjadi dua jenis kalimat: kalimat deklaratif (*declarative sentence*) dan kalimat bukan-deklaratif (*non-declarative sentence*). Kalimat deklaratif menyatakan sebuah fakta yang mempunyai nilai kebenaran benar (*true*) atau salah (*false*), dan tidak keduanya. Diskusi kita mulai dengan sebuah pengenalan terhadap blok-blok bangunan logika dasar yang disebut **proposisi** (*propositions*). Sebuah proposisi adalah sebuah kalimat deklaratif yang bernilai *true* atau *false*, dan tidak keduanya. Sebagai contoh, berikut adalah kalimat-kalimat deklaratif.

1. Logika merupakan dasar dari semua penjelasan matematik, dan semua penjelasan otomatis.
2. Ada suatu bilangan bulat yang bukan merupakan jumlahan dua kuadrat.
3. Toronto adalah ibu kota Kanada.
4. $2 + 2 = 3$.

Kalimat (1), (2) dan (3) mempunyai nilai kebenaran *true*. Sebaliknya, kalimat (4) bernilai *false*. Selanjutnya jika diperhatikan, meskipun sama-sama kalimat deklaratif, kalimat (2) mempunyai perbedaan dengan kalimat-kalimat lainnya. Kalimat (2) memuat suatu kuantitas (yaitu, "ada suatu"), artinya nilai kebenaran kalimat (2) cukup ditentukan oleh ada tidaknya bilangan bulat yang memenuhi sifat tersebut. Kalimat deklaratif semacam ini akan dibicarakan secara lebih mendalam dalam modul-modul selanjutnya.

Karena kalimat deklaratif menyatakan suatu fakta, kalimat deklaratif sering disebut sebagai pernyataan (*statement*). Banyak pernyataan yang bisa langsung diterima kebenarannya, seperti misalnya pernyataan

“Bulan depan pemerintah akan menaikkan harga bahan bakar atau bulan depan pemerintah tidak akan menaikkan harga bahan bakar”

adalah benar, meskipun tidak seorangpun yang mengetahui apa keputusan pemerintah bulan depan.

Kebenaran suatu pernyataan bisa ditentukan dari strukturnya saja, tanpa harus tahu kebenaran pembentuk-pembentuknya (*constituents*). Secara serupa, juga bisa dikatakan bahwa pernyataan

“Indonesia mempunyai jumlah penduduk lebih besar dari Cina atau Indonesia mempunyai jumlah penduduk lebih kecil atau sama dengan Cina.”

adalah benar tanpa harus melakukan penghitungan jumlah penduduk masing-masing negara.

Ternyata kedua pernyataan di atas merupakan contoh-contoh (*instances*) dari kalimat deklaratif

P or (not P)

dan setiap pernyataan dengan bentuk serupa adalah benar, tidak peduli apakah P benar atau salah.

Selanjutnya dikatakan bahwa suatu kalimat deklaratif adalah valid jika bernilai benar tanpa perlu memperhatikan nilai kebenaran dari proposisi-proposisi pembentuknya. Dengan membuktikan validitas dari kalimat abstrak semacam ini, bisa disimpulkan kebenaran-kebenaran dari semua (tak berhingga banyak) contoh-contoh kongkrit (*instances*) nya. Sebagai contoh, jika diketahui bahwa kalimat deklaratif dengan pola

not (P and (not P)) or Q

valid, maka bisa dengan cepat disimpulkan bahwa kalimat kongkrit

not ($[x < 0]$ and (not $[x < 0]$)) or ($y \geq 0$)

bernilai **true** (benar), tanpa harus tahu apakah $x < 0$ dan $y \geq 0$ bernilai **true** atau **false** (salah).

Sebaliknya, setiap *instance* dari suatu kalimat deklaratif dengan pola seperti

P and (not P)

bernilai **false** tanpa harus tahu apakah P bernilai **true** atau **false**. Kalimat deklaratif semacam ini disebut kalimat *contradictory*. Selanjutnya, kita bisa menyimpulkan bahwa suatu kalimat deklaratif \mathcal{F} adalah *valid precisely when* (ketika secara tepat) negasi (*negation*) nya, yaitu (**not** \mathcal{F}) adalah *contradictory*.

Di samping itu, banyak kalimat-kalimat deklaratif dengan pola seperti

$$P \text{ or } Q \quad \text{dan} \quad \text{not}P$$

adalah tidak *valid* maupun tidak *contradictory*; karena mereka mempunyai *instances* yang bisa bernilai **true** atau **false**.

Kemudian ada pasangan kalimat-kalimat deklaratif seperti

$$\text{if } P \text{ then } Q \quad \text{dan} \quad \text{if } (\text{not}Q) \text{ then } (\text{not}P),$$

adalah ekuivalen, artinya bahwa setiap *instance* kongkrit yang bersesuaian dari keduanya bernilai sama (yaitu, sama-sama **true** atau sama-sama **false**). Sebagai contoh, dua kalimat kongkrit

“*Jika seorang mahasiswa mengikuti ujian akhir suatu matakuliah, maka mahasiswa tersebut akan mendapat nilai untuk matakuliah tersebut.*”

dan

“*Jika seorang mahasiswa tidak mendapat nilai suatu matakuliah, maka mahasiswa tersebut tidak mengikuti ujian akhir untuk matakuliah tersebut.*”

adalah contoh dari pasangan kalimat di atas dan keduanya bernilai **true**. Dalam contoh tersebut, bisa disimpulkan bahwa *constituents* kalimat di atas adalah:

P : *seorang mahasiswa mengikuti ujian akhir suatu matakuliah.*

Q : *mahasiswa tersebut akan mendapat nilai untuk matakuliah tersebut.*

Akan tetapi kedua kalimat tersebut tidak *valid*.

Contoh lain pasangan kalimat di atas misalnya adalah

“*Jika x adalah bilangan prima, maka x hanya habis dibagi oleh dirinya sendiri.*”

dan

*“Jika x habis dibagi oleh yang lain, maka x bukan bilangan prima.”
dengan*

P : x adalah bilangan prima

Q : x hanya habis dibagi oleh dirinya sendiri

Setelah mempelajari modul ini, mahasiswa diharapkan mampu:

1. membedakan antara kalimat deklaratif dan kalimat bukan deklaratif,
2. menggunakan atau mengimplementasikan aturan sintaktik untuk membentuk kalimat logika proposisional,
3. menggunakan atau mengimplementasikan aturan sintaktik untuk menentukan apakah kalimat yang diberikan merupakan kalimat logika proposisional atau bukan,
4. mendefinisikan interpretasi untuk kalimat logika proposisional yang diberikan, menentukan apakah suatu interpretasi yang diberikan merupakan interpretasi untuk suatu kalimat yang diberikan atau bukan.

KEGIATAN BELAJAR 1

Bahasa Logika Proposisional dan Aturan Sintaktik

A. BAHASA LOGIKA PROPOSISIONAL

Logika proposisional terdiri (atau dibangun) dari kalimat-kalimat (*sentences*), khususnya kalimat-kalimat deklaratif (*declarative sentences*). Oleh karena itu, logika proposisional bisa dianggap sebagai sebuah bahasa, yaitu bahasa logika proposisional. Selanjutnya, untuk tujuan keringkasan penulisan dan pengucapan cukup digunakan logika proposisional. Ketika membicarakan bahasa, ada dua aturan yang tidak bisa dipisahkan, yaitu aturan sintaktik (*syntactic rules*) dan aturan semantik (*semantic rules*).

Dalam bagian ini, pertama-tama akan diperkenalkan simbol-simbol dasar dan diperlihatkan bagaimana simbol-simbol tersebut dikombinasikan untuk membentuk kalimat-kalimat (deklaratif) dari logika proposisional. Oleh karena itu, dalam bagian ini juga disajikan aturan-aturan sintaktik, yang menerangkan tentang simbol-simbol apa yang harus diambil dan bagaimana mengkombinasikan simbol-simbol tersebut untuk membangun kalimat dalam logika proposisional. Singkatnya, aturan sintaktik menerangkan tata cara pembentukan kalimat dalam logika proposisional (pengertian dari aturan sintaktik di pembicaraan ini, serupa dengan aturan sintaktik dalam setiap bahasa pemrograman). Hanya saja sampai di sini belum dipertimbangkan apa arti (atau nilai) dari kalimat-kalimat itu sendiri. Sedangkan aturan penentuan nilai kalimat akan dibicarakan dalam bagian (atau modul) berikutnya.

Berikut adalah definisi formal dari sebuah proposisi, yaitu sebuah blok bangunan logika dasar.

1. Definisi Proposisi

Kalimat-kalimat dalam logika proposisional dibentuk dari simbol-simbol, yang disebut proposisi-proposisi (*propositions*). Simbol-simbol yang dimaksud dikelompokkan menjadi dua, yaitu :

- a. Simbol-simbol kebenaran (*truth symbols*)
true dan *false*
- c. Simbol-simbol proposisional (*propositional symbols*)

$P, Q, R, S, P_1, Q_1, R_1, S_1, P_2, Q_2, R_2, S_2, \dots$ (untuk simbol-simbol proposisional digunakan huruf-huruf besar P, Q, R , atau S , dan bisa dengan menambahkan indeks-indeks numerik untuk membuat simbol-simbol yang berbeda, perhatikan contoh).

Dalam pembicaraan tidak resmi (*informal discussion*), huruf-huruf skrip $\mathcal{E}, \mathcal{F}, \mathcal{G}$, dan \mathcal{H} , dan mungkin dengan subskrip (indeks) numerik seperti $\mathcal{E}_i, \mathcal{F}_i, \mathcal{G}_i$, dan \mathcal{H}_i , akan digunakan untuk menyatakan kalimat. Perhatikan bahwa $\mathcal{E}, \mathcal{F}, \mathcal{G}$, dan \mathcal{H} adalah nama-nama kalimat.

Setelah mengetahui komponen-komponen pembentuk kalimat, yaitu proposisi yang terdiri dari simbol kebenaran dan simbol proposisional, selanjutnya dibicarakan bagaimana cara (atau aturan untuk) membentuk kalimat logika proposisional dari proposisi-proposisi.

2. Definisi Kalimat

Kalimat-kalimat dalam logika proposisional dibangun dari proposisi-proposisi (yaitu, simbol-simbol kebenaran dan simbol-simbol proposisional) dengan menerapkan penghubung-penghubung proposisional (*propositional connectives*):

not, and, or, if-then, if-and-only-if, if-then-else

secara berulang-ulang sebanyak yang diperlukan.

Penghubung-penghubung proposisional (*propositional connectives*): **not, and, or, if-then, if-and-only-if, if-then-else** bisa dianalogikan dengan operator, di mana proposisi-proposisi yang dihubungkan bisa dianggap sebagai operannya. Kemudian, cara penggunaannya secara lengkap dituangkan dalam aturan sintaktik dijelaskan berikut.

B. ATURAN SINTAKTIK

Kalimat dibentuk menurut aturan-aturan (*rules*) berikut:

- I. (**aturan proposisi**) setiap proposisi, yaitu suatu simbol kebenaran atau suatu simbol proposisi merupakan kalimat.

- II. (**aturan negasi**) apabila \mathcal{F} kalimat, maka negasi (*negation*) nya (**not** \mathcal{F}) merupakan kalimat.
- III. (**aturan konjungsi**) apabila \mathcal{F} dan \mathcal{G} kalimat, maka demikian juga konjungsi (*conjunction*) nya, yaitu (**\mathcal{F} and \mathcal{G}**), selanjutnya \mathcal{F} maupun \mathcal{G} disebut *conjuncts* dari (**\mathcal{F} and \mathcal{G}**).
- IV. (**aturan disjungsi**) apabila \mathcal{F} dan \mathcal{G} kalimat, maka demikian juga disjungsi (*disjunction*) nya, yaitu (**\mathcal{F} or \mathcal{G}**), selanjutnya \mathcal{F} maupun \mathcal{G} disebut *disjuncts* dari (**\mathcal{F} or \mathcal{G}**).
- V. (**aturan implikasi**) apabila \mathcal{F} dan \mathcal{G} kalimat, maka demikian juga implikasi (*implication*) nya, yaitu **if \mathcal{F} then \mathcal{G}** . Selanjutnya \mathcal{F} disebut *antecedent* dan \mathcal{G} disebut *consequent* dari **if \mathcal{F} then \mathcal{G}** . Kalimat **if \mathcal{G} then \mathcal{F}** disebut *converse* dari kalimat **if \mathcal{F} then \mathcal{G}** .
- VI. (**aturan ekuivalensi**) apabila \mathcal{F} dan \mathcal{G} kalimat, maka demikian juga ekuivalensi (*equivalence*) nya, yaitu (**\mathcal{F} if and only if \mathcal{G}**), selanjutnya \mathcal{F} disebut sisi-kiri (*left-hand side*) dan \mathcal{G} disebut sisi-kanan (*right-hand side*) dari **\mathcal{F} if and only if \mathcal{G}** .
- VII. (**aturan kondisional**) apabila \mathcal{F} , \mathcal{G} dan \mathcal{H} kalimat, maka demikian juga kondisional (*conditional*) nya, yaitu **if \mathcal{F} then \mathcal{G} else \mathcal{H}** . Selanjutnya \mathcal{F} , \mathcal{G} , dan \mathcal{H} masing-masing disebut klausa-if (*if-clause*), klausa-then (*then-clause*), dan klausa-else (*else-clause*) dari kondisional **if \mathcal{F} then \mathcal{G} else \mathcal{H}** .

Dalam masing-masing aturan, kalimat-kalimat \mathcal{F} , \mathcal{G} , dan \mathcal{H} digunakan untuk mengkonstruksikan kalimat yang lebih kompleks¹, dengan salah satu aturan-aturan di atas, dan selanjutnya disebut komponen-komponen kalimat.

¹ Kalimat kompleks adalah kalimat yang mempunyai lebih dari atau sama dengan dua simbol proposisional (perhatikan contoh di atas).

Sehingga komponen-komponen kalimat **if \mathcal{F} then \mathcal{G}** adalah anteseden \mathcal{F} dan konsekuen \mathcal{G} .

Kemudian, setiap kalimat tengahan (*intermediate sentence*) yang digunakan dalam pembentukan kalimat \mathcal{E} , termasuk \mathcal{E} sendiri merupakan kalimat bagian (*subsentence*) dari \mathcal{E} . Sehingga *subsentence* dari \mathcal{E} adalah \mathcal{E} sendiri, komponen-komponen dari \mathcal{E} , dan *subsentences* dari komponen-komponen tersebut. Kalimat-kalimat bagian dari \mathcal{E} selain \mathcal{E} sendiri disebut kalimat bagian sejati (*proper subsentences*) dari \mathcal{E} . Sebagaimana pengertian himpunan (*set*) dan himpunan bagian (*subset*).

Contoh 1.1 Kalimat Logika Proposisional

Di bagian ini kita akan menggunakan (atau menerapkan) aturan-aturan sintaktik untuk memperlihatkan bahwa suatu ekspresi² adalah kalimat logika proposisional. Kita akan memulai dengan ekspresi yang paling sederhana.

- Ekspresi \mathcal{E} : *true* adalah kalimat logika proposisional. Karena *true* ditulis (dicetak) miring, berarti *true* merupakan simbol kebenaran. Sehingga menurut definisi proposisi, *true* merupakan proposisi. Sedangkan aturan sintaktik nomor I (aturan proposisi) menyatakan bahwa setiap proposisi adalah kalimat logika proposisional. Oleh karena itu, karena *true* adalah proposisi, maka *true* merupakan kalimat logika proposisional. Untuk membuktikan bahwa *true* adalah kalimat logika proposisional kita membutuhkan kesepakatan tentang simbol kebenaran (*true* yang dicetak miring disepakati sebagai simbol kebenaran), definisi proposisi (yaitu, bahwa proposisi terdiri dari dua kelompok yang salah satunya adalah simbol kebenaran), dan yang terakhir aturan sintaktik nomor I (aturan proposisi).

Selanjutnya kita akan membuktikan sebuah ekspresi yang lebih kompleks sebagai kalimat logika proposisional.

- Ekspresi \mathcal{F} : **if (P or Q) then not P else Q** merupakan kalimat logika proposisional. Menurut pengamatan ekspresi **if (P or Q) then not P else Q** mempunyai bentuk **if - then - else** dengan klausa-if: (P or Q), klausa-then: not P , dan klausa-else: Q . Sehingga untuk membuktikan bahwa ekspresi **if (P or Q) then not P else Q** adalah kalimat logika proposisional kita terlebih dahulu harus bisa memastikan (membuktikan)

² Istilah ekspresi digunakan sebelum dinyatakan sebagai kalimat logika proposisional.

bahwa masing-masing klausa adalah kalimat logika proposisional. Klausa-if: $(P \text{ or } Q)$ mempunyai bentuk **or** dengan komponen-komponen masing-masing adalah P dan Q . Menurut aturan sintaktik nomor IV (aturan disjungsi), $(P \text{ or } Q)$ merupakan kalimat logika proposisional hanya jika masing-masing P dan Q merupakan kalimat. Karena masing-masing P dan Q merupakan simbol kebenaran, menurut definisi proposisi masing-masing P dan Q merupakan proposisi. Karena masing-masing P dan Q merupakan proposisi, menurut aturan sintaktik nomor I (aturan proposisi), masing-masing P dan Q merupakan kalimat. Jadi klausa-if: $(P \text{ or } Q)$ merupakan kalimat logika proposisional. Secara serupa **klausa-then: not** P , dan **klausa-else: Q** bisa dibuktikan sebagai kalimat logika proposisional. Dengan demikian, ekspresi $\not\equiv$: **if** $(P \text{ or } Q)$ **then not** P **else** Q terbukti merupakan kalimat logika proposisional.

Berikut adalah contoh ekspresi yang jauh lebih kompleks dibanding dua ekspresi sebelumnya, karena melibatkan bentuk-bentuk **not**, **or**, **and** dan **if-and-only-if**.

- Ekspresi berikut $\not\equiv$: $((\text{not}(P \text{ or } Q)) \text{ if and only if } ((\text{not } P) \text{ and } (\text{not } Q)))$ merupakan kalimat logika proposisional. Berikut adalah argumentasi (alasan) mengapa ekspresi $\not\equiv$ merupakan kalimat logika proposisional. Menurut aturan sintaktik nomor VI (aturan disjungsi), ekspresi $\not\equiv$ mempunyai bentuk ekuivalensi. Sehingga untuk membuktikan bahwa $\not\equiv$ adalah kalimat logika proposisional harus bisa menunjukkan bahwa ekspresi sisi kiri $(\text{not}(P \text{ or } Q))$ dan ekspresi sisi kanan $((\text{not}P) \text{ and } (\text{not}Q))$ keduanya adalah kalimat logika proposisional. Sementara menurut aturan sintaktik nomor II (aturan negasi), ekspresi sisi kiri mempunyai bentuk negasi, sehingga untuk membuktikan bahwa ekspresi sisi kiri merupakan kalimat logika proposisional harus diperlihatkan bahwa ekspresi $P \text{ or } Q$ adalah kalimat logika proposisional. Menurut aturan sintaktik nomor IV (aturan disjungsi), ekspresi $P \text{ or } Q$ mempunyai bentuk disjungsi, sehingga untuk membuktikan bahwa $P \text{ or } Q$ merupakan kalimat logika proposisional harus diperlihatkan bahwa kedua *disjunct* nya (yaitu P maupun Q) adalah kalimat logika proposisional. Kenyataannya P maupun Q keduanya adalah simbol proposisional, dan simbol proposisional adalah proposisi. Sehingga, menurut aturan sintaktik nomor I (aturan proposisi), P maupun Q adalah kalimat logika proposisional. Karena P maupun Q

adalah kalimat logika proposisional, maka $(P \text{ or } Q)$ adalah kalimat (menurut aturan sintaktik nomor IV), karena $P \text{ or } Q$ adalah kalimat logika proposisional, maka $\text{not}(P \text{ or } Q)$ adalah kalimat logika proposisional (menurut aturan sintaktik nomor II). Berarti sampai di sini sudah terbukti bahwa ekspresi sisi kiri $\text{not}(P \text{ or } Q)$ merupakan kalimat logika proposisional.

Untuk membuktikan bahwa ekspresi sisi kanan $(\text{not}P) \text{ and } (\text{not}Q)$ adalah kalimat logika proposisional dilakukan dengan cara serupa. Apabila sudah terbukti bahwa ekspresi sisi kanan $(\text{not}P) \text{ and } (\text{not}Q)$ adalah kalimat logika proposisional, maka dengan menerapkan aturan sintaktik nomor VI (aturan ekuivalensi) bisa disimpulkan bahwa $\not\equiv: ((\text{not}(P \text{ or } Q)) \text{ if and only if } ((\text{not}P) \text{ and } (\text{not}Q)))$ adalah kalimat logika proposisional. Cara seperti ini disebut parafrase dari bentuk luar kalimat yang dilakukan secara berulang-ulang sampai diperoleh komponen tersederhana, yaitu proposisi (bisa simbol kebenaran atau simbol proposisional).

- Cara lain untuk membuktikan bahwa ekspresi $\not\equiv: ((\text{not}(P \text{ or } Q)) \text{ if and only if } ((\text{not}P) \text{ and } (\text{not}Q)))$ merupakan kalimat logika proposisional adalah dengan pengamatan. Pertama tentukan elemen-elemen tersederhana yang ada dalam ekspresi. Ekspresi $\not\equiv$ memuat simbol-simbol P dan Q , menurut definisi P dan Q merupakan simbol-simbol proposisional, sehingga P dan Q adalah proposisi. Karena P dan Q merupakan proposisi, menurut aturan sintaktik nomor I (aturan proposisi), P dan Q masing-masing merupakan kalimat logika proposisional. P dan Q kalimat maka menurut aturan sintaktik nomor IV, $(P \text{ or } Q)$ merupakan kalimat, menurut aturan sintaktik nomor II (aturan negasi) maka $\text{not}P$, $\text{not}Q$, dan $\text{not}(P \text{ or } Q)$ masing-masing merupakan kalimat logika proposisional. Karena $\text{not}P$ dan $\text{not}Q$ keduanya kalimat maka menurut aturan sintaktik nomor III (aturan konjungsi), $(\text{not}P \text{ and } \text{not}Q)$ merupakan kalimat logika proposisional. Selanjutnya, karena $\text{not}(P \text{ or } Q)$ dan $(\text{not}P \text{ and } \text{not}Q)$ keduanya kalimat maka menurut aturan sintaktik nomor VI (aturan ekuivalensi), ekspresi $\text{not}(P \text{ or } Q) \text{ if and only if } (\text{not}P \text{ and } \text{not}Q)$ adalah kalimat logika proposisional.

Contoh 1.2 Bukan Kalimat Logika Proposisional

Perlihatkan bahwa ekspresi $\not\equiv: \text{if not}(\text{if } A \text{ then } R) \text{ then not}(P \text{ and } \text{not}B)$.

Cara cepat untuk memperlihatkan bahwa ekspresi \mathcal{F} bukan kalimat logika proposisional adalah dengan pengamatan. Dari pengamatan, ekspresi \mathcal{F} memuat simbol-simbol A, B, P dan R . Sementara menurut definisi, A dan B bukan simbol proposisional, sehingga A dan B keduanya bukan proposisi (karena proposisi hanya bisa berupa simbol kebenaran atau simbol proposisional, dan jelas bahwa A dan B bukan simbol-simbol kebenaran). Karena ada elemen pembentuk ekspresi yang bukan proposisi, maka tak satupun aturan bisa diterapkan. Kesimpulannya ekspresi \mathcal{F} bukan kalimat logika proposisional. Jadi secara umum, ketika tidak ada aturan sintaktik yang bisa digunakan untuk memparafrase, maka ekspresi tersebut bukan kalimat logika proposisional.

KALIMAT BAGIAN

Seperti yang sudah disebutkan sebelumnya, bahwa pengertian kalimat bagian (*subsentence*) mirip dengan pengertian himpunan bagian (*subset*) kecuali tidak ada kalimat kosong. Untuk membantu memudahkan pemahaman tentang kalimat bagian, perhatikan penjelasan berikut. Kembali menggunakan ekspresi \mathcal{E} : ((**not**(P or Q)) **if and only if** ((**not** P) **and** (**not** Q))) yang sudah terbukti sebagai kalimat logika proposisional, akan ditentukan kalimat-kalimat bagian yang ada di dalam kalimat \mathcal{E} .

Karena P dan Q masing-masing merupakan kalimat yang berada di dalam \mathcal{E} , maka P dan Q masing-masing merupakan kalimat bagian dari \mathcal{E} . Secara serupa (P or Q), **not**(P or Q), **not** P , **not** Q , dan (**not** P and **not** Q) masing-masing merupakan kalimat yang berada di dalam \mathcal{E} . Sehingga, (P or Q), **not**(P or Q), **not** P , **not** Q , dan (**not** P and **not** Q) masing-masing merupakan kalimat bagian dari \mathcal{E} . Akhirnya, \mathcal{E} sendiri juga merupakan kalimat bagian dari \mathcal{E} , karena sudah pasti \mathcal{E} adalah kalimat yang berada di dirinya sendiri. Sehingga kalimat-kalimat bagian dari kalimat logika proposisional \mathcal{E} adalah:

$$\{ P, Q, \text{not}P, \text{not}Q, (P \text{ or } Q), \text{not}(P \text{ or } Q), (\text{not}P \text{ and } \text{not}Q), \text{not}(P \text{ or } Q) \text{ if and only if } (\text{not}P \text{ and } \text{not}Q) \}$$

Masing-masing dari delapan kalimat (termasuk \mathcal{E}) di atas merupakan kalimat bagian dari \mathcal{E} , dan selainnya \mathcal{E} merupakan kalimat bagian sejati dari \mathcal{E} .

Perhatikan bahwa mungkin ada lebih dari satu pemunculan (*occurrence*) dari kalimat bagian dalam kalimat yang diberikan. Sebagai contoh, kalimat \mathcal{E} di

atas mempunyai dua pemunculan kalimat bagian P dan dua pemunculan kalimat bagian Q .



LATIHAN

Untuk memperdalam pemahaman Anda mengenai materi di atas, kerjakanlah latihan berikut!

- 1) Buat 5 contoh kalimat deklaratif (boleh dalam bahasa natural atau bahasa matematika).
- 2) Tentukan 10 simbol proposisional yang syah (legal) atau diperbolehkan dalam bahasa logika proposisional.
- 3) Buat 5 contoh kalimat logika proposisional yang memuat 2 simbol proposisional dan 2 konektif.
- 4) Buat 5 contoh kalimat logika proposisional yang memuat 1 simbol kebenaran, 3 simbol proposisional dan 3 konektif.
- 5) Perhatikan bahwa ekspresi-ekspresi berikut merupakan kalimat-kalimat logika proposisional.
 - a) **if P then if Q then R**
 - b) **not Q or R and not R**
 - c) **if not(not P if and only if S) then (P if and only if not S)**
 - d) **(if not P then Q else not R) if and only if (not Q and (P or S))**
 - e) **not(if (P or Q) then (Q and R) else (if R then S))**
- 6) Berikan alasan bahwa ekspresi-ekspresi berikut bukan merupakan kalimat-kalimat logika proposisional.
 - a) **not(if P then A else R)**
 - b) **if (P or Q) else not(P and S)**
 - c) **not P if then else not(P or Q or S)**
 - d) **or P if and only if (Q and S)**
 - e) **if not(P and R) then (if P then Q else A) else not R**
- 7) Tentukan kalimat-kalimat bagian dari kalimat-kalimat logika proposisional berikut.

- a) P and if not P then R else (Q or not S)
- b) not Q if and only if not(P if and only if not R)
- c) if (P and not(Q if and only if R)) then (if not R then (not P or S))
- d) not P and (not Q and (not R and (not S or P)))
- e) if if P then R then (if not R then not S) else not Q

Petunjuk Jawaban Latihan

- 1) Contoh 5 kalimat deklaratif (ingat pengertian kalimat deklaratif, yaitu kalimat yang menyatakan fakta, atau kalimat yang mempunyai nilai kebenaran true atau false dan tidak keduanya).
 - a. Tanggal 21 april merupakan hari libur nasional negara Indonesia.
 - b. Hasil kuadrat bilangan ganjil adalah bilangan ganjil.
 - c. $x = 5$ atau $x \neq 5$
 - d. Bilangan bulat tepat setelah 5 adalah 6.
 - e. Banyaknya hari dalam satu minggu adalah 7.
- 2) Sesuai kesepakatan penggunaan simbol untuk simbol proposisional, maka salah satu contoh 10 simbol proposisional yang syah adalah $P, Q, R, S, P_1, Q_1, R_1, S_1, P_2,$ dan Q_2 . Masih banyak lagi contoh-contoh yang lain.
- 3) Lima contoh kalimat logika proposisional yang memuat 2 simbol proposisional dan 2 konektif.
 - a. not(P and Q)
 - b. if Q then (not Q or R)
 - c. R if and only if (R and S)
 - d. (P or S) and not S
 - e. if not R then true else Q
- 4) Lima contoh kalimat logika proposisional yang memuat 1 simbol kebenaran, 3 simbol proposisioal dan 3 konektif.
 - a. true and if P then (Q or S); keterangan: 1 simbol kebenaran: true; 3 simbol proposisional: P, Q, S ; 3 konektif: and, if-then, or.
 - b. (P and false) or if Q then R
 - c. if false then (P and not Q) else R

d. $(P \text{ and } S) \text{ if and only if } (true \text{ or } Q)$

e. $\text{not}Q \text{ and } false \text{ or } (R \text{ and } S)$

5) Pembuktian ekspresi sebagai kalimat logika proposisional.

a. **if P then if Q then R** bisa ditulis kembali sebagai **if P then (if Q then R)**, berarti bentuk luarnya adalah **if-then**, dengan **klausa-if** : P , dan **klausa-then** : **if Q then R** . **Klausa-if** (P) merupakan simbol proposisional, sehingga menurut aturan sintaktik nomor I (aturan proposisi) **klausa-if** (P) merupakan kalimat, **klausa-then** (**if Q then R**) mempunyai bentuk luar **if-then** dengan **klausa-if** : Q dan **klausa-then** : R . Terlihat bahwa baik **klausa-if** (Q) maupun **klausa-then** (R) adalah simbol-simbol proposisional, sehingga menurut aturan sintaktik nomor I (aturan proposisi), **klausa-if** (Q) dan **klausa-then** (R) merupakan kalimat. Karena Q dan R adalah kalimat, menurut aturan sintaktik nomor V (aturan implikasi) **if Q then R** adalah kalimat. Karena P , dan **if Q then R** adalah kalimat logika proposisional, menurut aturan sintaktik nomor V (aturan implikasi), **if P then if Q then R** adalah kalimat. Jadi terbukti bahwa ekspresi **if P then if Q then R** adalah kalimat logika proposisional.

b. serupa dengan soal a).

c. ekspresi **if not(not P if and only if S) then (P if and only if not S)** mempunyai bentuk luar **if-then**, dengan:

klausa-if : not(not P if and only if S) mempunyai bentuk luar not dengan operan **not P if and only if S** .

not P if and only if S mempunyai bentuk luar **if-and-only-if** dengan **sisi-kiri** : **not P** , dan **sisi-kanan** : S . **Sisi-kiri** (**not P**) merupakan kalimat karena P adalah simbol proposisional, sehingga P adalah kalimat, karena P kalimat, menurut aturan sintaktik nomor II (aturan negasi), **not P** adalah kalimat. Karena **not P** kalimat, dan S adalah kalimat, menurut aturan sintaktik nomor VI (aturan ekuivalensi), **not P if and only if S** adalah kalimat. Karena **not P if and only if S** , maka menurut aturan sintaktik nomor II (aturan negasi), **not(not P if and only if S)** adalah kalimat.

klausa-then : (P if and only if not S) atau cukup ditulis **P if and only if not S** mempunyai bentuk luar **if-and-only-if**, dengan **sisi-kiri** : P , dan **sisi-kanan** : **not S** . Sudah terbukti bahwa P adalah kalimat, sedangkan S juga kalimat (karena S adalah simbol

proposisional). Menurut aturan sintaktik nomor II (aturan negasi), **notS** adalah kalimat. Sampai di sini terbukti P dan **notS** keduanya kalimat, sehingga menurut aturan sintaktik nomor VI (aturan ekuivalensi), P **if and only if notS** adalah kalimat.

Karena **klausa-if : not(notP if and only if S)**, dan **klausa-then : P if and only if notS** keduanya merupakan kalimat-kalimat logika proposisional, maka menurut aturan sintaktik nomor VI (aturan ekuivalensi), ekspresi **if not(notP if and only if S) then (P if and only if notS)** adalah kalimat logika proposisional. Sehingga terbukti bahwa ekspresi

- d. serupa dengan soal c).
- 6) Alasan mengapa ekspresi-ekspresi berikut bukan merupakan kalimat-kalimat logika proposisional.
 - a. Ekspresi **not(if P then A else R)** bukan kalimat logika proposisional karena memuat simbol yang bukan simbol proposisional, yaitu A .
 - b. Ekspresi **if (P or Q) else not(P and S)** bukan kalimat logika proposisional karena tidak ada konektif **if-else** di dalam logika proposisional.
 - c. Ekspresi **notP if then else not(P or Q or S)** bukan kalimat logika proposisional karena memuat bentuk tak-standar **if then else** (seharusnya **if-then-else**).
 - d. Ekspresi **or P if and only if (Q and S)** bukan kalimat logika proposisional karena konektif **or** nya tidak mempunyai operan-kiri.
 - e. Ekspresi **if not(P and R) then (if P then Q else C) else notR** bukan kalimat logika proposisional karena memuat simbol yang bukan simbol proposisional, yaitu C .
- 7) Kalimat-kalimat bagian dari kalimat logika proposisional:
 - a) P **and if notP then R else (Q or notS) adalah:** $\{P, Q, R, S, \text{not}P, \text{not}S, Q \text{ or } \text{not}S, \text{if not}P \text{ then } R \text{ else } (Q \text{ or } \text{not}S), P \text{ and if not}P \text{ then } R \text{ else } (Q \text{ or } \text{not}S)\}$.

- b) **notQ if and only if not(P if and only if notR) adalah:** $\{Q, P, R, \text{not}Q, \text{not}R, P \text{ if and only if not}R, \text{not}(P \text{ if and only if not}R), \text{not}Q \text{ if and only if not}(P \text{ if and only if not}R)\}$.
- c) **if (P and not(Q if and only if R)) then (if notR then (notP or S)) adalah:** $\{P, Q, R, S, \text{not}R, \text{not}P, (\text{not}P \text{ or } S), Q \text{ if and only if } R, \text{not}(Q \text{ if and only if } R), P \text{ and not}(Q \text{ if and only if } R), \text{if not}R \text{ then } (\text{not}P \text{ or } S), \text{if } (P \text{ and not}(Q \text{ if and only if } R)) \text{ then } (\text{if not}R \text{ then } (\text{not}P \text{ or } S))\}$.
- d) **notP and (notQ and (notR and (notS or P))) adalah:** $\{P, Q, R, S, \text{not}P, \text{not}Q, \text{not}R, \text{not}S, \text{not}S \text{ or } P, \text{not}R \text{ and } (\text{not}S \text{ or } P), \text{not}Q \text{ and } (\text{not}R \text{ and } (\text{not}S \text{ or } P)), \text{not}P \text{ and } (\text{not}Q \text{ and } (\text{not}R \text{ and } (\text{not}S \text{ or } P)))\}$.
- e) **if if P then R then (if notR then notS) else notQ adalah:** $\{P, Q, R, S, \text{not}R, \text{not}Q, \text{if } P \text{ then } R, \text{if not}R \text{ then not}S, \text{if if } P \text{ then } R \text{ then } (\text{if not}R \text{ then not}S) \text{ else not}Q\}$.



RANGKUMAN

- Bahasa logika proposisional atau logika proposisional terdiri dari kalimat-kalimat yang dibangun (dibuat) dari unsur pembentuk kalimat yang disebut proposisi-proposisi dengan menerapkan aturan-aturan sintaktik berulang-ulang sebanyak yang diperlukan.
- Proposisi terdiri dari dua kelompok: simbol kebenaran dan simbol proposisional.

- Simbol kebenaran digunakan *true* dan *false* yang dicetak miring untuk membedakan dengan nilai kebenaran true dan false.
- Simbol proposisional dinyatakan dengan huruf-huruf besar $P, Q, R, S, P_1, Q_1, R_1, S_1, P_2, Q_2, R_2, S_2, \dots$
- Aturan sintaktik juga bisa digunakan untuk menentukan apakah sebuah ekspresi merupakan kalimat logika proposisional atau bukan.
- Pengertian kalimat bagian di dalam logika proposisional serupa dengan pengertian himpunan bagian dalam teori himpunan.



TES FORMATIF 1 _____

Pilihlah satu jawaban yang paling tepat!

- 1) Di antara kalimat-kalimat berikut, pilih yang merupakan kalimat deklaratif.
 - A. Apakah besok ada waktu luang ?
 - B. Indonesia merupakan negara hukum.
 - C. Tolong ambilkan buku yang ada di atas meja !
 - D. Di mana bisa ditemukan alat seperti itu ?
 - E. Anda tidak boleh menghadiri pertemuan ini.
- 2) Di antara kalimat-kalimat berikut, pilih satu kalimat yang selalu bernilai benar.
 - A. Setelah hari senin saya akan berangkat ke Perancis.
 - B. Jika saya berangkat, apa kamu berangkat ?
 - C. Mobil yang berwarna merah itu rodanya Kempes.
 - D. Indonesia merupakan negara pengekspor beras terbesar di dunia.
 - E. Sekarang hari minggu atau sekarang bukan hari minggu.
- 3) Di antara kalimat-kalimat berikut, pilih satu kalimat yang selalu bernilai benar.
 - A. Seandainya saya ada waktu, saya akan berangkat.
 - B. Tahun depan mahasiswa bimbingan skripsi saya bisa wisuda dan belum bisa wisuda.
 - C. Apakah besok libur ?
 - D. Jika hari tidak hujan, banyak anak-anak bermain di taman.
 - E. Silahkan keluar dari ruangan ini !
- 4) Di antara ekspresi-ekspresi berikut, pilih yang merupakan kalimat bahasa logika proposisional.
 - A. **if** (P **or** C) **then not** R

- B. **not**(**and** (**if** P **then** (P **or** Q) **else** S))
- C. (R **if and only if** P) **if and only if not**(P **if and only if** R)
- D. **if not then** (**if** B **then** R) **else** Q
- E. (**if then** Q **else** R) **or not** P
- 5) Tentukan kalimat logika proposisional yang memuat tiga simbol proposisional dan satu konektif.
- A. P **or** (**if** R **then** S)
- B. Q **if and only if** (**not**(P **or** Q) **and** P)
- C. **not**((R **or if** P **then** S) **and** P)
- D. **if** P **then if** Q **then** P
- E. P **and** (Q **and** R)
- 6) Tentukan kalimat logika proposisional yang memuat tiga simbol proposisional dan tiga konektif.
- A. P **or** (**if** R **then** S)
- B. Q **if and only if** (**not**(P **or** Q) **or** P)
- C. **not**((R **and if** P **then** S) **and** P)
- D. **if** P **then if** Q **then** P
- E. P **and** (Q **and** R)
- 7) Tentukan kalimat logika proposisional yang memuat tiga simbol proposisional, satu simbol kebenaran dan tiga konektif.
- A. (P **or** (**if** *true* **then** S)) **and** Q
- B. Q **if and only if** (**not**(P **or** Q) **or** P)
- C. **not**((R **and if** P **then** R) **and** *false*)
- D. **if** P **then if** Q **then** P
- E. P **and** (Q **and** R)
- 8) Diketahui kalimat logika proposisional \mathcal{E} : **if false then** (P **and not** Q) **else** R . Tentukan salah satu kalimat bagian dari \mathcal{E} .
- A. *false* **and** P
- B. **if** *false* **then** P **else** R
- C. **if** *false* **then not** Q **else** R
- D. P **and** Q **else** R
- E. P **and not** Q

- 9) Diketahui kalimat logika proposisional \mathcal{F} : **(if notQ then (P or notR)) if and only if (P and (Q or notS))**. Tentukan salah satu kalimat bagian dari \mathcal{F} .
- not(Q or notP)**
 - if notQ then (P or R)**
 - (P and notR)**
 - P and (Q or notS)**
 - if P then (Q or S) if and only if R**
- 10) Diketahui dua kalimat logika proposisional \mathcal{E} : **not(if notP then (S and Q))** dan \mathcal{F} : **(P or Q) and notR**. Dengan menerapkan konektif **if-then** pada kalimat \mathcal{E} dan \mathcal{F} , tentukan salah satu kemungkinan hasilnya.
- if not(if notP then (S and Q)) then (P and notR)**
 - if not(if notP then (S and Q)) then ((P or Q) and notR)**
 - if (P or Q) and notR then if notP then (S and Q)**
 - if not((P or Q) and notR) then (P or Q) and notR**
 - if not((P or Q) and notR) then (P or Q)**

Cocokkanlah jawaban Anda dengan Kunci Jawaban Tes Formatif 1 yang terdapat di bagian akhir modul ini. Hitunglah jawaban yang benar. Kemudian, gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi Kegiatan Belajar 1.

$$\text{Tingkat penguasaan} = \frac{\text{Jumlah Jawaban yang Benar}}{\text{Jumlah Soal}} \times 100\%$$

Arti tingkat penguasaan: 90 - 100% = baik sekali
 80 - 89% = baik
 70 - 79% = cukup
 < 70% = kurang

Apabila mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih, Anda dapat meneruskan dengan Kegiatan Belajar 2. **Bagus!** Jika masih di bawah 80%, Anda harus mengulangi materi Kegiatan Belajar 1, terutama bagian yang belum dikuasai.

KEGIATAN BELAJAR 2

Notasi dan Interpretasi

A. NOTASI

Untuk menyatakan kalimat logika proposisional bisa digunakan beberapa notasi yang berbeda, dalam modul ini digunakan tiga macam notasi: matematika, *pseudocode* (*Englishlike*), dan *function*. Yang membedakan antara notasi satu dan yang lain adalah pada penghubung proposisional. Tabel 1.1 memperlihatkan pasangan 1 - 1 antara ketiga notasi.

Tabel 1.1
Pasangan 1 - 1 antar notasi dan jenis

Matematika	<i>Pseudocode</i>	<i>Function</i>	Jenis /
\neg	not	not(...)	uner (<i>unary</i>)
\vee	or	or(..., ...)	biner (<i>binary</i>)
\wedge	and	and(..., ...)	biner (<i>binary</i>)
\Rightarrow	if-then	ifthen(..., ...)	biner (<i>binary</i>)
\Leftrightarrow	if-and-only-	ifandonlyif(...,	biner (<i>binary</i>)
tidak ada	if-then-else	ifthenelse(..., ...,	terner (<i>ternary</i>)

Konektif **if-then-else** umumnya tidak termuat dalam sistem logika konvensional (lihat Tabel 1.1). Akan tetapi, dalam pembahasan buku ini telah dipilih notasi *pseudocode* demi kejelasan dalam teks. Di samping itu, pemilihan notasi yang digunakan juga bertujuan untuk lebih mendekati dengan notasi-notasi kode program. Pembaca mungkin lebih suka menggunakan notasi matematika yang lebih ringkas dalam penulisan. Di samping itu, masih banyak buku yang dalam pembahasannya menggunakan notasi matematika yang dimaksud. Oleh karena itu, di dalam modul ini dibicarakan keduanya, bahkan ditambah satu notasi *function*.

Penulisan kalimat logika proposisional dengan notasi matematika dan *pseudocode* khususnya, bahwa pasangan-pasangan kurung dalam kalimat bisa dihilangkan apabila tidak diperlukan untuk menunjukkan struktur kalimat. Sebagai contoh, kalimat

$$(\text{not}(P \text{ and } (\text{not}Q)))$$

bisa ditulis sebagai **not(P and (notQ))**, tanpa adanya ambiguitas (*ambiguity*). Akan tetapi, apabila pasangan kurung di dalam kalimat **not(P and notQ)** dihilangkan menjadi **notP and notQ**, maka bisa ditafsirkan dengan jelas dan tunggal, yaitu (**notP**) **and** (**notQ**) dan berbeda nilai dengan kalimat aslinya, meskipun tidak ada ambiguitas.

Sebaliknya untuk kalimat

\mathcal{G} : **if not(P if and only if R) then if (Q and notS) then notQ else P**

memuat ambiguitas, karena kalimat \mathcal{G} bisa ditafsirkan sebagai

\mathcal{G}_1 : **if not(P if and only if R) then (if (Q and notS) then notQ) else P**

atau

\mathcal{G}_2 : **if not(P if and only if R) then (if (Q and notS) then notQ else P).**

Secara sintak **else** di kalimat \mathcal{G}_1 merupakan pasangan **if** yang pertama, sementara **else** di kalimat \mathcal{G}_2 merupakan pasangan **if** kedua. Sehingga, untuk menghindari ambiguitas maka pasangan kurung mutlak diperlukan.

Untuk tujuan kejelasan, kadang-kadang digunakan pasangan kurung siku [dan], atau kurung kurawal { dan } dari pada menggunakan beberapa pasangan kurung (dan). Di samping itu, akan sering digunakan indentasi dibanding pasangan kurung (dan) untuk menunjukkan struktur kalimat. Sehingga kalimat \mathcal{E} dari contoh di atas bisa ditulis sebagai

**not(P or Q)
if and only if
(notP) and (notQ).**

Sedangkan kalimat

\mathcal{F} : **(if ((P or Q) and (if Q then R)) then (if (P and Q) then (notR)))**

bisa ditulis sebagai

if $\left(\begin{array}{l} P \text{ or } Q \\ \text{and} \\ \text{if } Q \text{ then } R \end{array} \right)$ **then if (P and R)**
then notR

Penulisan dengan cara indentasi umumnya membutuhkan lebih dari satu baris, dan strukturnya lebih mudah dibaca secara pengamatan. Akan tetapi,

penulisan kalimat dengan pengelompokan komponen menggunakan pasangan kurung akan lebih mudah dibaca dengan program meskipun bentuknya bisa menjadi panjang.

Secara serupa, penulisan kalimat logika proposisional menggunakan notasi matematika juga perlu diperhatikan (keharusan - perlu tidaknya) penggunaan pasangan tanda kurung. Sebagai contoh, kalimat \mathcal{E} : **not** (P **or** Q) **if and only if** (**not** P) **and** (**not** Q) bisa ditulis kembali menggunakan notasi matematika sebagai

$$((\neg(P \vee Q)) \Leftrightarrow ((\neg P) \wedge (\neg Q))).$$

Berkaitan dengan penggunaan pasangan kurung, penulisan kalimat \mathcal{E} masih memuat beberapa pasangan kurung yang apabila dihilangkan tidak menyebabkan multi tafsir (ambigu).

Sebagai contoh, kalimat $((\neg(P \vee Q)) \Leftrightarrow ((\neg P) \wedge (\neg Q)))$ bisa ditulis sebagai $(\neg(P \vee Q)) \Leftrightarrow ((\neg P) \wedge (\neg Q))$ atau $\neg(P \vee Q) \Leftrightarrow ((\neg P) \wedge (\neg Q))$ atau $\neg(P \vee Q) \Leftrightarrow (\neg P \wedge \neg Q)$. Sementara kalimat

\mathcal{F} : **(if** (P **or** Q) **and** (**if** Q **then** R) **then** (**if** (P **and** Q) **then** (**not** R)))

bisa ditulis kembali menggunakan notasi matematika sebagai

$$(((P \vee Q) \wedge (Q \Rightarrow R)) \Rightarrow ((P \wedge R) \Rightarrow (\neg R)))$$

Secara serupa kalimat $(((P \vee Q) \wedge (Q \Rightarrow R)) \Rightarrow ((P \wedge R) \Rightarrow (\neg R)))$ masih memuat pasangan kurung yang bisa dihilangkan, seperti $((P \vee Q) \wedge (Q \Rightarrow R)) \Rightarrow ((P \wedge R) \Rightarrow (\neg R))$ atau $((P \vee Q) \wedge (Q \Rightarrow R)) \Rightarrow ((P \wedge R) \Rightarrow (\neg R))$. Terlihat bahwa penulisan kalimat menggunakan notasi matematika lebih ringkas dibanding dengan penulisan kalimat menggunakan notasi *pseudocode*. Akan tetapi, penulisan kalimat menggunakan notasi *pseudocode* lebih mudah dilihat strukturnya dibanding dengan penulisan kalimat menggunakan notasi matematika.

Untuk notasi *function*, penggunaan pasangan kurung bisa lebih pasti, yaitu pasangan kurung untuk daftar argumen *function*. Sebagai contoh, kalimat

\mathcal{F} : **(if** (P **or** Q) **and** (**if** Q **then** R) **then** (**if** (P **and** Q) **then** (**not** R)))

bisa ditulis kembali menggunakan notasi *function* sebagai

ifthen(**and**(**or**(P, Q), **ifthen**(Q, R)), **ifthen**(**and**(P, Q), **not**(R))).

KONVERSI NOTASI

Menurut beberapa contoh yang sudah dibicarakan di bagian sebelumnya, mulai sekarang kita bisa memformalkan cara mengkonversi antar notasi penulisan kalimat logika proposisional. Tabel 1.2 memperlihatkan konversi bentuk dasar antar notasi penulisan kalimat.

Tabel 1.2.
Aturan konversi bentuk dasar antar notasi penulisan kalimat

Matematika	Pseudocode	Function
tidak ada	<i>false, true</i>	<i>false, true</i>
P, Q, R, S, \dots	P, Q, R, S, \dots	P, Q, R, S, \dots
$\neg P$	not P	not (P)
$P \vee Q$	P or Q	or (P, Q)
$P \wedge Q$	P and Q	and (P, Q)
$P \Rightarrow Q$	if P then Q	ifthen (P, Q)
$P \Leftrightarrow Q$	P if and only if Q	ifandonlyif (P, Q)
tidak ada	if P then Q else R	ifthenelse (P, Q, R)

Setelah aturan konversi bentuk dasar didefinisikan, selanjutnya mendefinisikan prosedur konversi dengan memanfaatkan aturan-aturan yang ada di Tabel 1.2. Berikut adalah langkah-langkah dalam prosedur konversi.

1. Kenali simbol |³ konektif | fungsi bentuk luar kalimat.
2. Tentukan operan dari simbol | konektif yang dikenali, atau argumen dari fungsi yang dikenali.
3. Kenali bentuk luar operan | argumen.
4. Jika bentuk luar operan | argumen **bukan** proposisi (bukan simbol kebenaran dan bukan simbol proposisional), tulis hasil konversi (simbol | konektif | fungsi) menurut aturan yang sesuai, dan lakukan langkah 2.
5. Selesai.

Selanjutnya kita akan bicarakan contoh penggunaan (atau penerapan) aturan konversi dalam beberapa bentuk kalimat logika proposisional.

³ artinya atau (simbol : notasi matematik, konektif : notasi *pseudocode*, fungsi : notasi *function*).

Contoh 1.3 Konversikan kalimat $\neg(P \Rightarrow (Q \wedge \neg R))$ ke notasi *pseudocode* dan *function*.

Kita akan melakukan konversi menurut langkah-langkah prosedur konversi dan aturan-aturan konversi bentuk dasar Tabel 2. Kalimat dinyatakan dalam notasi matematika, operator bentuk luar adalah \neg , operan dari \neg adalah $P \Rightarrow (Q \wedge \neg R)$ dan ini bukan simbol proposisional, sesuai aturan hasil konversi sementara adalah **not()**. Bentuk luar $P \Rightarrow (Q \wedge \neg R)$ adalah simbol \Rightarrow , operan dari \Rightarrow adalah P dan $(Q \wedge \neg R)$. Operan pertama dari \Rightarrow adalah simbol proposisional P , tulis hasil konversi (sementara) **not(if P then ...)**. Bentuk luar operan kedua $Q \wedge \neg R$ adalah \wedge , operan pertama \wedge adalah Q (simbol proposisional), sehingga hasil konversi sementara adalah **not(if P then (Q and ...))**, sedang operan kedua adalah $\neg R$ (bukan simbol proposisional). Bentuk luar $\neg R$ adalah \neg dengan operan R (simbol proposisional). Sehingga hasil konversinya adalah **not(if P then (Q and notR))**. Jadi hasil konversi dari $\neg(P \Rightarrow (Q \wedge \neg R))$ ke notasi *pseudocode* adalah **not(if P then (Q and notR))**.

Dengan langkah-langkah yang sama, hasil konversi dari $\neg(P \Rightarrow (Q \wedge \neg R))$ ke notasi *function* adalah **not(ifthen(P, and(Q, not(R))))**.

Contoh 1.4 Konversikan kalimat dalam notasi *pseudocode* (**P and notQ**) **if and only if (if (Q or R) then notR)** ke kalimat dalam notasi matematika dan *function*.

Dengan menjalankan langkah-langkah seperti di Contoh 1.3, diperoleh hasil konversi ke:

- Notasi matematika: $(P \wedge \neg Q) \Leftrightarrow ((Q \vee R) \Rightarrow \neg R)$, dan
- Notasi *function*: **ifandonlyif(and(P, not(Q)), ifthen(or(Q, R), not(R)))**.

B. ARTI SEBUAH KALIMAT

Sampai di sini telah disajikan aturan-aturan sintaks atau bentuk-bentuk kalimat logika proposisional tanpa memberi (*assign*) mereka suatu arti atau nilai apapun. Sekarang sudah saatnya untuk diperlihatkan bagaimana memberi nilai-nilai kebenaran (*truth values*),

true atau **false**,

ke kalimat logika proposisional. Sebelum berbicara lebih jauh perlu diperhatikan bahwa secara tegas dibedakan antara simbol-simbol kebenaran **true** dan **false** yang bisa muncul dalam suatu kalimat, dan yang selalu dicetak miring (*italicized*), dengan nilai-nilai kebenaran **true** atau **false** yang ditulis tegak.

Selanjutnya suatu kalimat, seperti (P or (*not* Q)) mempunyai nilai kebenaran **true** atau **false** jika diketahui nilai-nilai kebenaran dari simbol-simbol proposisional P dan Q (yaitu, **true** atau **false**). Informasi tentang nilai-nilai kebenaran dari simbol-simbol proposisional dalam kalimat logika proposisional disediakan oleh suatu interpretasi (*interpretation*).

C. INTERPRETASI

Untuk membuat pengertian suatu interpretasi menjadi formal, berikut didefinisikan secara lebih tepat tentang interpretasi.

1. Definisi Interpretasi

Suatu interpretasi I merupakan suatu pemberian (*assignment*) suatu nilai kebenaran **true** atau **false**, ke masing-masing himpunan simbol-simbol proposisional. Sedangkan suatu interpretasi kosong (*empty interpretation*) tidak memberi nilai kebenaran ke suatu simbol proposisional manapun.

Untuk sebarang kalimat \mathcal{F} , suatu interpretasi I dikatakan sebagai interpretasi untuk (*interpretation for*) \mathcal{F} jika I memberi suatu nilai kebenaran **true** atau **false**, ke masing-masing simbol proposisional dari \mathcal{F} . Artinya, jika ada simbol proposisional di dalam \mathcal{F} yang tidak diberi nilai kebenaran oleh interpretasi I , dikatakan bahwa I bukan interpretasi untuk \mathcal{F} .

Sebagai contoh, diketahui kalimat

$$\mathcal{F}: P \text{ or } (\textit{not } Q)$$

Salah satu interpretasi I_1 untuk \mathcal{F} memberi nilai kebenaran **false** ke simbol proposisional P dan nilai kebenaran **true** ke simbol proposisional Q , sehingga interpretasi I_1 mempunyai bentuk $I_1: \{P \leftarrow \text{false}, Q \leftarrow \text{true}\}$. Sedang interpretasi lain untuk \mathcal{F} , misalnya I_2 mempunyai bentuk $I_2: \{P \leftarrow \text{true}, Q \leftarrow \text{false}\}$. Selanjutnya bisa dikatakan bahwa P bernilai **false** dan Q bernilai **true** di bawah (*under*) I_1 , sedangkan *under* I_2 simbol proposisional P bernilai **false** dan Q juga bernilai **false**.

Pada umumnya, suatu interpretasi untuk suatu kalimat bisa memberi nilai-nilai kebenaran ke beberapa simbol yang tidak muncul dalam kalimat, selama setiap simbol proposisional yang muncul diberi suatu nilai.

Sebagai contoh, interpretasi $I_3 : \{P \leftarrow \text{true}, Q \leftarrow \text{false}, R \leftarrow \text{true}\}$

juga merupakan suatu interpretasi untuk \mathcal{F} , meskipun R sama sekali tidak muncul dalam \mathcal{F} .

Perhatikan bahwa semua pemunculan dari suatu simbol proposisional di dalam kalimat logika proposisional diberi nilai yang sama oleh suatu interpretasi yang diberikan; seperti dalam kalimat

if P then $(P \text{ or } Q)$

dua pemunculan dari P masing-masing diberi nilai sama (yaitu *true* *under* interpretasi I_3).

2. Interpretasi dan Baris di Tabel Kombinasi Nilai Proposisi

Sebenarnya suatu interpretasi I untuk suatu kalimat logika proposisional \mathcal{F} akan mencocoki (*match*) dengan tepat satu baris di Tabel kebenaran untuk \mathcal{F} . Perhatikan kalimat berikut

$\mathcal{F} : \text{if } (P \text{ or } Q) \text{ and } (\text{if } Q \text{ then } R) \text{ then if } (P \text{ and } Q) \text{ then } (\text{not } R)$

Kalimat \mathcal{F} memuat simbol-simbol proposisional P , Q dan R . Sehingga setiap interpretasi I untuk \mathcal{F} minimal harus memberi nilai kebenaran untuk P , Q , dan R .

Sekarang kita tentukan tabel kombinasi nilai kebenaran masing-masing proposisi di dalam kalimat \mathcal{F} (lihat Tabel 1.3).

Tabel 1.3
Tabel kombinasi nilai kebenaran masing-masing proposisi

P	Q	R	Interpretasi yang mungkin
false	false	false	I_1
false	false	true	I_2
false	true	false	I_3
false	true	true	I_4
true	false	false	I_5

true	false	true	I_6
true	true	false	I_7
true	true	true	I_8

Dari Tabel 3 terlihat bahwa untuk kalimat yang memuat tiga simbol proposisional (proposisi) mempunyai delapan kemungkinan interpretasi, dan setiap interpretasi bersesuaian dengan tepat satu baris tabel kombinasi nilai kebenaran. Sebagai contoh, jika diambil suatu interpretasi I_6 (misalnya), maka ada baris dengan kombinasi nilai $\langle \text{true}, \text{false}, \text{true} \rangle$ untuk tripel simbol proposisi $\langle P, Q, R \rangle$, dan seterusnya. Dengan interpretasi suatu kalimat logika proposisional bisa ditentukan nilainya di bawah (*under*) suatu interpretasi tertentu.

3. Interpretasi untuk Beberapa Kalimat

Untuk keperluan tertentu sering diperlukan suatu interpretasi untuk lebih dari satu kalimat logika proposisional. Suatu interpretasi I dikatakan interpretasi untuk kalimat \mathcal{E} , \mathcal{F} , \mathcal{G} dan \mathcal{H} hanya jika I memberi suatu nilai kebenaran ke semua himpunan simbol proposisional dari kalimat \mathcal{E} , \mathcal{F} , \mathcal{G} dan \mathcal{H} . Sebagai contoh, untuk kalimat-kalimat berikut

\mathcal{E} : $(P \text{ and not}R) \text{ if and only if if not}Q \text{ then } (P \text{ or } R)$, dan
 \mathcal{F} : $\text{if not}(P \text{ or not}S) \text{ then } S \text{ else } (P \text{ if and only if } S)$

tentukan suatu interpretasi untuk kedua \mathcal{E} dan \mathcal{F} .

Untuk menyelesaikan soal ini sebenarnya sangat mudah. Karena berdasarkan definisi interpretasi untuk kalimat, pertama tentukan interpretasi untuk kalimat \mathcal{E} , yaitu suatu interpretasi yang memberi nilai kebenaran ke simbol-simbol proposisional P , Q , dan R . Sedangkan suatu interpretasi untuk kalimat \mathcal{F} adalah interpretasi yang memberi nilai kebenaran ke simbol-simbol proposisional P dan S . Jadi suatu interpretasi untuk kalimat-kalimat logika proposisional \mathcal{E} dan \mathcal{F} adalah suatu interpretasi yang memberi suatu nilai kebenaran ke simbol-simbol proposisional P , Q , R dan S . Salah satu di antaranya adalah I : $\{P \leftarrow \text{false}, Q \leftarrow \text{true}, R \leftarrow \text{true}, S \leftarrow \text{false}\}$.

Secara umum jika diketahui kalimat-kalimat logika proposisional $\mathcal{F}_1, \mathcal{F}_2, \dots$, dan \mathcal{F}_n masing-masing dengan himpunan simbol-simbol proposisional $A_1,$

A_2, \dots, A_n , suatu interpretasi untuk kalimat-kalimat $\mathcal{F}_1, \mathcal{F}_2, \dots$, dan \mathcal{F}_n adalah interpretasi yang memberi suatu nilai kebenaran ke simbol-simbol proposisional dalam himpunan $A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n$. Dalam soal di atas, himpunan simbol-simbol proposisional kalimat \mathcal{E} dan \mathcal{F} masing-masing adalah $A_1 = \{P, Q, R\}$ dan $A_2 = \{P, S\}$, sehingga $A_1 \cup A_2 = \{P, Q, R, S\}$.



LATIHAN

Untuk memperdalam pemahaman Anda mengenai materi di atas, kerjakanlah latihan berikut!

- 1) Konversikan kalimat-kalimat dalam notasi matematika berikut ke dalam notasi (i) *pseudocode* (*Englishlike*), dan (ii) *function*.
 - a. $P \wedge (Q \Rightarrow P \vee \neg R)$
 - b. $(\neg R \Leftrightarrow (Q \wedge R)) \Rightarrow P$
 - c. $(P \vee (\neg R \Rightarrow Q)) \wedge (R \Rightarrow (S \Leftrightarrow P))$
 - d. $\neg(Q \Leftrightarrow \neg P) \wedge ((P \Rightarrow \neg S) \vee (\neg R \Rightarrow S))$
 - e. $\neg(((P \wedge \neg R) \vee Q) \Leftrightarrow \neg S) \Rightarrow R$
- 2) Konversikan kalimat-kalimat dalam notasi *pseudocode* (*Englishlike*) berikut ke dalam notasi (i) matematika, dan (ii) *function*.
 - a. ***P and if notP then R else (Q or notS)***
 - b. ***notQ if and oly if not(P if and only if notR)***
 - c. ***if (P and not(Q if and only if R)) then (if notR then (notP or S))***
 - d. ***notP and (notQ and (notR and (notS or P)))***
 - e. ***if if P then R then (if notR then notS) else notQ***
- 3) Konversikan kalimat-kalimat dalam notasi *function* berikut ke dalam notasi (i) matematika, dan (ii) *pseudocode* (*Englishlike*).
 - a. ***ifthen(not(P), ifthen(or(Q, R), S))***
 - b. ***not(ifthenelse(and(or(Q, R), not(P)), ifthen(P, not(R)), S))***
 - c. ***and(ifthen(or(Q, R), S), ifthenelse(not(P), or(Q, R), and(not(P), S)))***
 - d. ***or(not(and(P, or(Q, not(S))), ifthen(and(notQ, R), S))***
 - e. ***ifthenelse(ifthen(false, and(P, not(R))), or(and(Q, not(S)), P), not(and(Q, not(S))))***

- 4) Berikan alasan mengapa interpretasi $I: \{Q \leftarrow \text{true}, R \leftarrow \text{false}, P \leftarrow \text{true}\}$ **merupakan** interpretasi untuk kalimat $\mathcal{F}: \text{if not}(P \text{ and } Q) \text{ then if not } P \text{ then not } Q$.
- 5) Berikan alasan mengapa interpretasi $I: \{Q \leftarrow \text{true}, R \leftarrow \text{false}, P \leftarrow \text{true}\}$ **bukan merupakan** interpretasi untuk kalimat $\mathcal{G}: \text{not } R \text{ or } S$.
- 6) Diketahui kalimat logika proposisional $\mathcal{H}: \text{if not } P \text{ then } (P \text{ or not } Q)$, tentukan semua kemungkinan interpretasi untuk kalimat \mathcal{H} .
- 7) Diketahui kalimat-kalimat logika proposisional $\mathcal{E}: \text{not}(\text{if not } Q \text{ then } R)$, $\mathcal{F}: \text{if } P \text{ then } Q \text{ else not } S$, dan $\mathcal{G}: \text{not}(R \text{ and } S) \text{ if and only if } (\text{not } R \text{ or not } S)$. Tentukan suatu interpretasi untuk kalimat-kalimat (a) \mathcal{E} dan \mathcal{F} , (b) \mathcal{E} dan \mathcal{G} , (c) \mathcal{F} dan \mathcal{G} , dan (d) \mathcal{E} , \mathcal{F} dan \mathcal{G} .

Petunjuk Jawaban Latihan

- 1) Konversi kalimat dalam notasi matematika ke
 - (i) notasi *pseudocode* (Englishlike):
 - a. $P \text{ and } (\text{if } Q \text{ then } (P \text{ or not } R))$
 - b. $\text{if } (\text{not } R \text{ if and only if } (Q \text{ and } R)) \text{ then } P$
 - c. $(P \text{ or if not } R \text{ then } Q) \text{ and } (\text{if } R \text{ then } (S \text{ if and only if } P))$
 - d. $\text{not}(Q \text{ if and only if not } P) \text{ and } ((\text{if } P \text{ then not } S) \text{ or if not } R \text{ then } S)$
 - e. $\text{not}(\text{if } (((P \text{ and not } R) \text{ or } Q) \text{ if and only if not } S) \text{ then } R)$
 - (ii) notasi *function*:
 - a. $\text{and}(P, \text{ifthen}(Q, \text{or}(P, \text{not}(R))))$
 - b. $\text{ifthen}(\text{ifandonlyif}(\text{not}(R), \text{and}(Q, R)), P)$
 - c. $\text{and}(\text{or}(P, \text{ifthen}(\text{not}(R), Q)), \text{ifthen}(R, \text{ifandonlyif}(S, P)))$
 - d. $\text{and}(\text{not}(\text{ifandonlyif}(Q, \text{not}(P))), \text{or}(\text{ifthen}(P, \text{not}(S)), \text{ifthen}(\text{not}(R), S)))$
 - e. $\text{not}(\text{ifthen}(\text{ifandonlyif}(\text{or}(\text{and}(P, \text{not}(R)), Q), \text{not}(S)), R)$
- 2) Konversi kalimat dalam notasi *pseudocode* (Englishlike) ke
 - (i) notasi matematika:
 - a. Tidak ada konversi di notasi matematika, karena konektif **if-then-else** tidak ada padanannya di notasi matematika.
 - b. $\neg Q \Leftrightarrow \neg(P \Leftrightarrow \neg R)$
 - c. $(P \wedge \neg(Q \Leftrightarrow R)) \Rightarrow (\neg R \Rightarrow (\neg P \vee S))$
 - d. $\neg P \wedge (\neg Q \wedge (\neg R \wedge (\neg S \vee P)))$
 - e. Seperti kasus di soal a) tidak ada konversinya.

(ii) notasi *function*:

- $\mathbf{and}(P, \mathbf{ifthenelse}(\mathbf{not}(P), R, \mathbf{or}(Q, \mathbf{not}(S))))$
- $\mathbf{ifandonlyif}(\mathbf{not}(Q), \mathbf{not}(\mathbf{ifandonlyif}(P, \mathbf{not}(R))))$
- $\mathbf{ifthen}(\mathbf{and}(P, \mathbf{not}(\mathbf{ifandonlyif}(Q, R))), \mathbf{ifthen}(\mathbf{not}(R), \mathbf{or}(\mathbf{not}(P), S)))$
- $\mathbf{and}(\mathbf{not}(P), \mathbf{and}(\mathbf{not}(Q), \mathbf{and}(\mathbf{not}(R), \mathbf{or}(\mathbf{not}(S), P))))$
- $\mathbf{ifthenelse}(\mathbf{ifthen}(P, R), \mathbf{ifthen}(\mathbf{not}(R), \mathbf{not}(S)), \mathbf{not}(Q))$

3) Konversi kalimat dalam notasi *function* ke

(i) notasi matematika:

- $\neg P \Rightarrow ((Q \vee R) \Rightarrow S)$
- Tidak ada konversi di notasi matematika, karena ada *function* $\mathbf{ifthenelse}(_ _ _)$.
- Seperti soal b), tidak ada konversi di notasi matematika.
- $\neg(P \wedge (Q \vee \neg S)) \vee ((\neg Q \wedge R) \Rightarrow S)$
- Seperti soal b) dan c).

(ii) notasi *pseudocode* (Englishlike):

- if not** P **then if** $(Q \text{ or } R)$ **then** S
- not**(**if** $((Q \text{ or } R) \text{ and } \mathbf{not}P)$ **then** (**if** P **then** $\mathbf{not}R$) **else** S)
- (**if** $(Q \text{ or } R)$ **then** S) **and** (**if** $\mathbf{not}P$ **then** $(Q \text{ or } R)$ **else** (**not** P **and** S))
- (**not**(P **and** $(Q \text{ or } \mathbf{not}S)$)) **or** (**if** ($\mathbf{not}Q$ **and** R) **then** S)
- if** (**if** *false* **then** $(P \text{ and } \mathbf{not}R)$) **then** $((Q \text{ and } \mathbf{not}S) \text{ or } P)$ **else** (**not**($Q \text{ and } \mathbf{not}S$))

4) Karena $I: \{Q \leftarrow \text{true}, R \leftarrow \text{false}, P \leftarrow \text{true}\}$ memberi suatu nilai kebenaran ke semua simbol proposisional yang muncul dalam kalimat logika proposisional \mathcal{Z} : **if not** $(P \text{ and}(Q))$ **then if not** P **then not** Q . Bahkan interpretasi I memberi nilai kebenaran (false) ke simbol proposisional R yang tidak muncul di dalam kalimat.

5) Karena ada simbol proposisional yang muncul di kalimat logika proposisional \mathcal{G} : **not** R **or** S , yaitu S yang tidak diberi suatu nilai kebenaran oleh interpretasi $I: \{Q \leftarrow \text{true}, R \leftarrow \text{false}, P \leftarrow \text{true}\}$.

6) Karena kalimat logika proposisional \mathcal{Z} : **if not** P **then** $(P \text{ or } \mathbf{not}Q)$ memuat dua simbol, yaitu P dan Q . Maka ada empat (2^2) kemungkinan interpretasi untuk \mathcal{Z} , yaitu: $I_1: \{P \leftarrow \text{false}, Q \leftarrow \text{false}\}$; $I_2: \{P \leftarrow \text{false}, Q \leftarrow \text{true}\}$; $I_3: \{P \leftarrow \text{true}, Q \leftarrow \text{false}\}$; $I_4: \{P \leftarrow \text{true}, Q \leftarrow \text{true}\}$.

- 7) Diketahui kalimat-kalimat logika proposisional \mathcal{E} : **not(if not Q then R)**, \mathcal{F} : **if P then Q else not S** , dan \mathcal{G} : **not(R and S) if and only if (not R or not S)**.

Maka suatu interpretasi untuk kalimat-kalimat:

- a. \mathcal{E} dan \mathcal{F}

$$I: \{P \leftarrow \text{true}, Q \leftarrow \text{false}, R \leftarrow \text{true}, S \leftarrow \text{false}\}$$

- b. \mathcal{E} dan \mathcal{G}

$$I: \{Q \leftarrow \text{false}, R \leftarrow \text{true}, S \leftarrow \text{false}\}$$

- c. \mathcal{F} dan \mathcal{G}

$$I: \{P \leftarrow \text{true}, Q \leftarrow \text{false}, R \leftarrow \text{false}, S \leftarrow \text{true}\}$$

- e. \mathcal{F} dan \mathcal{G} .

$$I: \{P \leftarrow \text{false}, Q \leftarrow \text{false}, R \leftarrow \text{true}, S \leftarrow \text{true}\}$$



RANGKUMAN

- Kalimat-kalimat logika proposisional bisa dinyatakan dalam beberapa bentuk notasi, dalam modul ini digunakan tiga macam notasi penulisan: matematika, *pseudocode*, dan *function*.
- Untuk menentukan arti atau nilai dari kalimat di dalam logika proposisional terlebih dahulu diperlukan proses pemberian nilai kebenaran ke semua simbol proposisional di dalam kalimat yang bersangkutan.
- Informasi tentang pemberian nilai kebenaran terhadap semua simbol proposisional tersimpan dalam sebuah Interpretasi.
- Sebuah interpretasi dikatakan interpretasi untuk (*interpretation for*) suatu kalimat, apabila interpretasi tersebut memberi nilai kebenaran ke semua simbol-simbol proposisional di dalam kalimat.
- Sebuah interpretasi dikatakan interpretasi untuk (*interpretation for*) suatu beberapa kalimat, apabila interpretasi tersebut memberi nilai kebenaran ke semua gabungan (*union*) simbol-simbol proposisional di dalam kalimat.



TES FORMATIF 2

Pilihlah satu jawaban yang paling tepat!

- 1) Tentukan hasil konversi kalimat dalam notasi matematika $(P \Leftrightarrow \neg R) \wedge \neg((Q \vee R) \Rightarrow S)$ ke notasi *pseudocode* (*Englishlike*).
 - A. **(if P then notR) if and only if not(Q or R and S)**
 - B. **(P and notQ) if and only if (if Q then R else S)**
 - C. **(P if and only if notR) and not(if (Q or R) then S)**
 - D. **not(P if and only if notR) and (if (Q or R) then S)**

- 2) Tentukan hasil konversi kalimat dalam notasi matematika $(P \Leftrightarrow \neg R) \wedge \neg((Q \vee R) \Rightarrow S)$ ke notasi *function*.
 - A. **and(ifandonlyif(P, not(R)), not(ifthen(or(Q, R), S)))**
 - B. **or(ifandonlyif(P, not(R)), not(ifthen(and(Q, R), S)))**
 - C. **and(ifthenelse(P, not(R)), (ifthen(or(Q, R), S)))**
 - D. **or(ifandonlyif(P, not(R)), not(ifthenelse(and(Q, R), S)))**

- 3) Tentukan hasil konversi kalimat dalam notasi *pseudocode* (*Englishlike*) **not(if (((P and notR) or Q) if and only if notS) then R)** ke notasi matematika.
 - A. $((P \wedge Q) \Leftrightarrow R \Rightarrow \neg(P \wedge S))$
 - B. $\neg((((P \wedge \neg R) \vee Q) \Leftrightarrow \neg S) \Rightarrow R)$
 - C. $\neg((((P \wedge \neg R) \vee \neg Q) \Leftrightarrow S) \Rightarrow \neg R)$
 - D. $\neg((P \wedge Q) \Leftrightarrow \neg R \Rightarrow \neg(P \wedge S))$

- 4) Tentukan hasil konversi kalimat dalam notasi *function* **or(not(and(P, or(Q, not(S))), ifthen(and(notQ, R), S))** ke notasi matematika.
 - A. $(\neg(P \wedge (Q \vee \neg S))) \vee ((\neg Q \wedge R) \Rightarrow S)$
 - B. $(\neg P \wedge (Q \vee \neg S)) \vee ((\neg Q \wedge R) \Rightarrow S)$
 - C. $(\neg(P \wedge (Q \vee \neg S))) \vee ((\neg Q \Rightarrow R) \wedge S)$
 - D. $(\neg(P \vee (Q \wedge \neg S))) \wedge ((\neg Q \vee R) \Rightarrow S)$

- 5) Tentukan hasil konversi kalimat dalam notasi *function* **or(not(and(P, or(Q, not(S))), ifthen(and(notQ, R), S))** ke notasi *pseudocode* (*Englishlike*).
 - A. **(not(P or (Q and notS))) or (if (Q and notR) then S)**
 - B. **(not(P and (Q or S))) or (if (notQ and R) then notS)**

- C. $(\text{not}(P \text{ and } (Q \text{ or } S))) \text{ or } (\text{if } (\text{not}Q \text{ and } R) \text{ then not}S)$
 D. $(\text{not}(P \text{ and } (Q \text{ or not}S))) \text{ or } (\text{if } (\text{not}Q \text{ and } R) \text{ then } S)$
- 6) Tentukan suatu interpretasi dari kalimat logika proposisional \mathcal{E} : **if not(P and (Q if and only if not R)) then (not P and Q).**
- A. $I: \{P \leftarrow \text{true}, R \leftarrow \text{false}, S \leftarrow \text{true}\}$
 B. $I: \{R \leftarrow \text{true}, S \leftarrow \text{false}, R \leftarrow \text{true}\}$
 C. $I: \{Q \leftarrow \text{true}, P \leftarrow \text{false}, R \leftarrow \text{true}\}$
 D. $I: \{P \leftarrow \text{true}, S \leftarrow \text{false}, R \leftarrow \text{true}\}$
- 7) Tentukan suatu interpretasi dari kalimat logika proposisional \mathcal{F} : **not($true$ if and only if not R) and (if (Q or $false$) then S).**
- A. $I: \{Q \leftarrow \text{true}, R \leftarrow \text{false}, S \leftarrow \text{true}\}$
 B. $I: \{R \leftarrow \text{true}, S \leftarrow \text{false}, R \leftarrow \text{true}\}$
 C. $I: \{Q \leftarrow \text{true}, P \leftarrow \text{false}, S \leftarrow \text{true}\}$
 D. $I: \{P \leftarrow \text{true}, S \leftarrow \text{false}, R \leftarrow \text{true}\}$
- 8) Diketahui dua kalimat logika proposisional \mathcal{G} : **if $false$ then not(P and Q) else if P then Q** dan \mathcal{H} : **not(R and S) if and only if (not R or not S).** Tentukan suatu interpretasi untuk kedua kalimat \mathcal{G} dan \mathcal{H} .
- A. $I: \{P \leftarrow \text{true}, R \leftarrow \text{false}, S \leftarrow \text{true}, P \leftarrow \text{false}\}$
 B. $I: \{R \leftarrow \text{true}, S \leftarrow \text{false}, R \leftarrow \text{true}, Q \leftarrow \text{false}\}$
 C. $I: \{Q \leftarrow \text{true}, P \leftarrow \text{false}, S \leftarrow \text{true}, R \leftarrow \text{false}\}$
 D. $I: \{P \leftarrow \text{true}, S \leftarrow \text{false}, R \leftarrow \text{true}, S \leftarrow \text{false}\}$
- 9) Tentukan suatu interpretasi yang sama dengan interpretasi $I: \{Q \leftarrow \text{true}, P \leftarrow \text{false}, S \leftarrow \text{true}, R \leftarrow \text{false}\}$.
- A. $J: \{P \leftarrow \text{true}, Q \leftarrow \text{false}, R \leftarrow \text{true}, S \leftarrow \text{false}\}$
 B. $J: \{R \leftarrow \text{true}, S \leftarrow \text{false}, P \leftarrow \text{true}, Q \leftarrow \text{false}\}$
 C. $J: \{Q \leftarrow \text{false}, P \leftarrow \text{false}, S \leftarrow \text{true}, R \leftarrow \text{true}\}$
 D. $J: \{R \leftarrow \text{false}, P \leftarrow \text{false}, S \leftarrow \text{true}, Q \leftarrow \text{true}\}$
- 10) Tentukan suatu interpretasi yang tidak memenuhi definisi formal untuk sebarang kalimat logika proposisional.
- A. $J: \{P \leftarrow \text{true}, Q \leftarrow \text{false}, R \leftarrow \text{true}, S \leftarrow \text{false}\}$
 B. $J: \{P \leftarrow \text{true}, S \leftarrow \text{false}, P \leftarrow \text{true}, Q \leftarrow \text{false}\}$
 C. $J: \{Q \leftarrow \text{false}, P \leftarrow \text{false}, S \leftarrow \text{true}, R \leftarrow \text{true}\}$
 D. $J: \{R \leftarrow \text{false}, P \leftarrow \text{false}, S \leftarrow \text{true}, Q \leftarrow \text{true}\}$

Cocokkanlah jawaban Anda dengan Kunci Jawaban Tes Formatif 2 yang terdapat di bagian akhir modul ini. Hitunglah jawaban yang benar. Kemudian, gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi Kegiatan Belajar 2.

$$\text{Tingkat penguasaan} = \frac{\text{Jumlah Jawaban yang Benar}}{\text{Jumlah Soal}} \times 100\%$$

Arti tingkat penguasaan: 90 - 100% = baik sekali
80 - 89% = baik
70 - 79% = cukup
< 70% = kurang

Apabila mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih, Anda dapat meneruskan dengan Modul selanjutnya. **Bagus!** Jika masih di bawah 80%, Anda harus mengulangi materi Kegiatan Belajar 2, terutama bagian yang belum dikuasai.

Kunci Jawaban Tes Formatif

Tes Formatif 1

- 1) B
- 2) E
- 3) B
- 4) C
- 5) E
- 6) C
- 7) A
- 8) E
- 9) D
- 10) B

Tes Formatif 2

- 1) C
- 2) A
- 3) B
- 4) A
- 5) D
- 6) C
- 7) A
- 8) C
- 9) D
- 10) B

Glosarium

Aturan sintaktik	:	kumpulan aturan-aturan untuk membentuk (membangun) kalimat (logika proposisional).
Interpretasi	:	himpunan aturan pemberian nilai kebenaran ke simbol-simbol proposisional.
Nilai kebenaran	:	nilai untuk simbol kebenaran dan simbol proposisional.
Proposisi	:	simbol yang mempunyai nilai kebenaran: true atau false (berbeda dengan simbol kebenaran).
Simbol kebenaran	:	salah satu kelompok (bentuk) dari proposisi, yaitu <i>true</i> dan <i>false</i> (dicetak miring).
Simbol proposisional	:	kelompok lain dari proposisi, simbol-simbol yang digunakan (syah digunakan): $P, Q, R, S, P_1, Q_1, R_1, S_1, \dots$

Daftar Pustaka

Bergmann, M., Moor, J., & Nelson, J. (2014). *The logic book* (6th edition). New York: McGraw Hill.

Manna, Z., & Waldinger, R. (1990). *The logical basis for computer programming: Deductive systems* (volume 2). Boston: Addison-Wesley.

Rosen, K.H. (2012). *Discrete mathematics and its applications* (7th edition). New York: McGraw Hill.