

Konsep Dasar Pembelajaran Matematika

Prof. Dr. Akbar Sutawidjaja
Dr. Jarnawi Afgani D



PENDAHULUAN

Ⓐ dalam Modul 1 ini, Anda akan mempelajari dasar-dasar pembelajaran matematika melalui 2 kegiatan belajar, yaitu Kegiatan Belajar 1 yang membahas konstruktivisme sosial dan konstruktivisme individual sebagai dasar pembelajaran matematika, serta membahas kombinasi konstruksi sosial dan konstruksi individual sebagai dasar pembelajaran matematika. Pada Kegiatan Belajar 2 dibahas tentang konsep umum penyusunan rencana pembelajaran matematika.

Pembelajaran Matematika dapat dipandang sebagai usaha guru, dosen, pelatih (untuk seterusnya ditulis guru) dalam membantu siswa, mahasiswa, dan peserta latihan (untuk seterusnya ditulis siswa) memahami atau terampil matematika. Oleh karena guru bermaksud untuk membantu siswa belajar matematika maka guru perlu tahu bagaimana sebenarnya jalan atau proses matematika itu bisa dipahami atau dikuasai oleh siswa. Jika tidak demikian tentu sulit bagi seorang guru untuk membantu siswanya belajar matematika. Proses matematika sampai di pikiran seseorang itu termasuk dalam kawasan teori belajar matematika yang sering disebut sebagai psikologi belajar matematika dan disingkat Psikologi Matematika (*Psychology of Mathematics*). Teori belajar Matematika itu diturunkan dari atau didasarkan pada teori belajar umum. Teori belajar umum yang banyak digunakan, antara lain teori behaviorisme, teori Vygotsky, dan teori Piaget. Dua teori yang disebut terakhir termasuk di dalam kubu konstruktivisme. Ada perbedaan yang mendasar antara pandangan behaviorisme dan konstruktivisme tentang proses belajar yang akan kita bahas dalam Modul 1 ini.

Tujuan instruksional umum dari Modul 1 ini, Anda memahami teori Vygotsky dan Piaget sebagai dasar pembelajaran matematika.

Setelah mempelajari Modul 1, secara khusus Anda diharapkan dapat memahami tentang:

1. pengaruh teori belajar konstruktivisme sosial dalam pembelajaran matematika;
2. pengaruh teori belajar konstruktivisme individual dalam pembelajaran matematika;
3. apa yang dimaksud oleh *Zone Proximal Development (ZPD)*;
2. fungsi guru dalam pembelajaran matematika;
3. anggapan tentang matematika untuk tujuan pembelajaran;
4. proses asimilasi;
5. proses akomodasi;
6. interaksi dalam pembelajaran;
7. konflik kognitif;
8. perencanaan dalam pembelajaran matematika.

KEGIATAN BELAJAR 1**Konstruktivisme Sosial dan Individual****A. TEORI VYGOTASKY SEBAGAI DASAR PEMBELAJARAN**

Menurut behaviorisme belajar adalah kegiatan mengaitkan stimulus dan respons (*stimulus-responsd bond*). Oleh sebab itu, dalam pembelajaran adalah tugas guru mengusahakan agar ikatan stimulus dan respons itu terjadi dalam pikiran siswa. Para behavioris percaya hal itu bisa dicapai secara efektif dan efisien melalui *drill* (latihan berulang-ulang sampai hafal) atau dalam bahasa Indonesia biasa disebut menghafal. Dalam kasus pembelajaran matematika mereka menganggap matematika sebagai sekumpulan fakta-fakta (*a bag of facts*) yang terpisah satu sama lain dan dapat dipelajari secara terpisah pula melalui menghafal. Tentulah pendapat ini kurang sesuai dengan hakikat matematika. Matematika yang bersifat aksiomatika, abstrak, deduktif, dan simbolik yang unsur-unsurnya saling berkaitan tentulah tidak bisa dipelajari dengan cara menghafal saja. Itu tidak berarti bahwa dalam belajar matematika siswa tidak boleh atau tidak perlu menghafal, tetapi hafalan itu harus didasari oleh pemahaman. Hafal sesuatu tidak berarti paham sesuatu itu dan juga sebaliknya, paham sesuatu tidak berarti hafal sesuatu itu. Dalam pembelajaran, para behavioris sangat peduli dengan perilaku guru sebagai sumber pengetahuan yang akan mentransfer pengetahuan tersebut ke pada siswa dan perilaku siswa untuk melihat apakah pengetahuan yang ditransfer oleh guru sudah sampai atau belum. Untuk itu, perlu dirumuskan tujuan dengan jelas dan yang bisa diukur. Oleh sebab itu, guru perlu aktif sebagai sumber pengetahuan, pengemas informasi sehingga bisa diterima oleh siswa.

Kegiatan guru ini biasa disebut menjelaskan, yang merupakan salah satu kegiatan guru yang sangat penting dalam pembelajaran. Para behavioris tidak (kurang) mempedulikan proses yang terjadi dalam pikiran (kognisi) siswa. Hal ini merupakan salah satu perbedaan utama antara behaviorisme dan kognitivisme di mana konstruktivisme tercakup di dalamnya. Seperti pandangan-pandangan yang lain behaviorisme mengalami perkembangan dan demikian pula pembelajaran yang menganut paham konstruktivisme juga berkembang. Dalam konteks pembelajaran di Indonesia dalam kurikulum 1994 digalakkan penerapan Cara Belajar Siswa Aktif (CBSA) adalah salah satu contoh wujud dari pembelajaran yang mengikuti perkembangan paham

behaviorisme tersebut, namun hasil yang dicapai masih belum memenuhi harapan. Dalam perkembangan selanjutnya, Kurikulum sekolah di Indonesia mengubah acuan teori belajar yang digunakan dari behaviorisme ke konstruktivisme. Sekarang marilah kita beralih ke pembahasan teori belajar konstruktivisme sosial yang dikembangkan oleh Lev Vygotsky (1896-1934) seorang psikolog Rusia yang karyanya, akibat penyensoran komunis, tidak diketahui oleh sebagian besar orang Eropa Barat dan Amerika hingga beberapa dekade yang lalu.

Berbeda dengan para behavioris, Vygotsky, sebagai seorang konstruktivis, percaya bahwa pengetahuan tidak bisa ditransfer dari pikiran seseorang ke pikiran orang lain, melainkan orang atau siswa sendiri yang membangun pengetahuan tersebut di dalam pikirannya. Siswa dapat secara efektif mengonstruksi pengetahuan apabila ia berinteraksi dengan orang lain yang telah atau lebih tahu atau menguasai pengetahuan yang sedang dipelajari. Di dalam praktik pembelajaran, orang lain tersebut dapat guru atau siswa yang lain (teman sebayanya). Menurut Vygotsky masyarakatlah, dalam lingkup adalah sekolah, yang harus menyediakan segala sesuatu sehingga siswa dapat belajar apa yang perlu dipelajarinya. Jadi, konstruksi pengetahuan terjadi secara kultural (sosial) baru kemudian secara individual.

Kemudian di mana dan bilamana konstruksi itu terjadi? Menurut Vygotsky konstruksi terjadi dalam suatu wilayah yang ia sebut *Zone Proximal Development* (ZPD). Ia menyatakan bahwa dalam mempelajari sesuatu manusia mempunyai tingkat perolehan (kemampuan) tertentu yang disebut kemampuan aktual yang ia peroleh sendiri tanpa bantuan orang lain dan kemampuan potensial yang bisa ia capai dengan bantuan orang lain. Di wilayah ZPD inilah konstruksi pengetahuan oleh siswa terjadi. Dari uraian di atas jelas bahwa peran guru bukan mengirim pengetahuan kepada siswa. Selain sebagai *motivator* (pemberi motivasi), *fasilitator* (pemberi fasilitas atau kemudahan), *mediator* (penengah) dan *evaluator*, guru juga berperan sebagai *intervensionis* (pelaku intervensi) dalam membantu siswa mencapai kemampuan potensialnya. Kemampuan aktual dan potensial dari setiap siswa berbeda satu sama lain, yang tidak dengan mudah diketahui oleh guru, hal inilah yang menyebabkan kompleksitas pembelajaran dan sekaligus menyulitkan para guru.

Dalam kaitannya dengan bantuan guru kepada siswa, Bruner mengenalkan konsep *scaffolding*. Secara ringkas dapat dikatakan bahwa *scaffolding* adalah bantuan seperlunya yang diberikan oleh guru kepada siswa

yang kemudian secara bertahap dikurangi, akhirnya siswa dapat berdiri sendiri dalam melakukan aktivitas belajar. Bermodal kemampuan pada tingkat aktual dengan berkolaborasi dengan guru atau teman yang lebih kompeten dalam menyelesaikan masalah, siswa mencapai kemampuan tingkat potensialnya. Itulah sebabnya, Vygotsky mengatakan bahwa konstruksi pengetahuan bergerak dari kegiatan sosial ke kegiatan individual. Ini berarti bahwa Vygotsky menyarankan guru untuk menciptakan lingkungan belajar yang mengefektifkan interaksi dalam konteks menyelesaikan masalah.

B. TEORI PIAGET SEBAGAI DASAR PEMBELAJARAN

Jean Piaget (1886-1980), seorang psikolog berkebangsaan Swiss, menghabiskan 50 tahun mempelajari bagaimana anak berpikir dan proses yang berhubungan dengan perkembangan intelektual. Dalam menjelaskan bagaimana intelektual anak kecil berkembang, Piaget meyakini bahwa anak membawa dari lahir sifat ingin tahu dan terus-menerus mencoba untuk mengerti dunia di sekitarnya.

Keingintahuan anak mendorong ia untuk aktif mengonstruksi representasi tentang lingkungan yang dialaminya di dalam pikirannya. Hasil dari kegiatan tersebut adalah di dalam pikiran anak terbentuk suatu jaringan konsep-konsep yang disebut skema. Pada semua tingkat perkembangan, kebutuhan anak untuk memahami lingkungannya mendorong ia untuk menyelidiki dan mengonstruksi teori yang menerangkan apa yang dialaminya.

Piaget menyatakan bahwa manusia itu tumbuh dan beradaptasi dengan lingkungannya. Adaptasi itu mencakup dua kegiatan mengonstruksi, yaitu *asimilasi* dan *akomodasi*. Apabila seseorang ingin mengonstruksi (membangun) suatu pengetahuan/informasi baru, itu berarti ia ingin mengaitkan informasi baru tersebut ke dalam skema di dalam pikirannya maka ada dua kemungkinan, yaitu (1) kemungkinan pertama adalah apabila struktur informasi baru itu sesuai dengan struktur yang ada dalam skema sehingga informasi itu dapat dikaitkan ke dalam dan menyatu dengan skema maka terjadilah proses konstruksi yang disebut asimilasi; dan (2) kemungkinan kedua adalah jika struktur informasi baru tidak sesuai dengan struktur skema sehingga terjadi disequilibrium (ketidakseimbangan) di dalam pikiran yang menyebabkan ada dorongan yang kuat pada diri orang

itu untuk mengubah struktur skema sehingga informasi baru tersebut bisa dikaitkan (diasimilasi), kemudian terjadi ekuilibrium (keseimbangan) kembali maka proses kedua ini disebut akomodasi.

Pandangan kognitif konstruktivis dari Piaget juga menyatakan bahwa anak atau pada usia berapa pun secara aktif terlibat dalam proses mendapatkan informasi dan membangun pengetahuannya sendiri. Pengetahuan tidak tetap statis, tetapi terus berkembang dan berubah ketika seseorang atau siswa menghadapi pengalaman baru yang mendorong mereka terus membangun dan memodifikasi pengetahuan sebelumnya. Piaget mengatakan bahwa guru yang baik harus terlibat dalam menyajikan kepada pembelajar situasi di mana ia bisa bereksperimen dalam arti yang luas mencakup kegiatan mencoba sesuatu untuk melihat apa yang terjadi, memanipulasi benda-benda, memanipulasi gambar-gambar dan simbol-simbol, menyodorkan pertanyaan dan mencari jawabannya sendiri, merekonsiliasi apa yang ia temukan pada suatu waktu dengan yang ditemukan pada waktu lain, membandingkan temuannya dengan temuan teman yang lain. Piaget mengemukakan pentingnya interaksi dalam belajar karena dengan berinteraksi dengan orang lain kemungkinan besar ia akan mengalami apa yang disebut konflik kognitif yang menimbulkan ketidakstabilan dalam pikirannya sehingga memicu terjadinya akomodasi.

Menurut Piaget *Cognitive Conflict* (Konflik Kognitif) adalah keadaan dalam pikiran orang yang telah memaknai sesuatu, yang berbeda dengan yang sekarang diperoleh sehingga terdapat suatu pertentangan dalam pikiran tentang sesuatu tersebut. Dalam keadaan yang demikian itu ia cenderung untuk merevisi pemahamannya atau dengan kata lain merekonstruksi sesuatu tersebut, atau kalau tidak demikian konflik kognitif itu dapat ia gunakan memantapkan pemahaman (menyempurnakan konstruksi yang telah dibuatnya) tentang sesuatu tersebut. Interaksi dengan orang lain akan merupakan sumber deras bagi terjadinya konflik kognitif. Dengan demikian, belajar berkelompok secara teoretis mendapat dukungan baik dari Vygotsky maupun Piaget.

C. GABUNGAN TEORI VYGOTSKY DAN PIAGET SEBAGAI DASAR PEMBELAJARAN

Perbedaan utama konstruktivisme sosial dan individual adalah dalam hal bagaimana pengetahuan dikonstruksi oleh seseorang. *Pertama*, mengatakan

bahwa konstruksi itu terjadi secara sosial, yaitu dalam konteks interaksi dengan orang lain sehingga guru penganut pandangan ini memilah kelas menjadi kelompok kecil terdiri dari 3–5 orang, dengan maksud agar terjadi interaksi yang lebih efektif dari interaksi dalam seluruh kelas. Pandangan *kedua*, menyatakan bahwa konstruksi terjadi secara individual, guru atau orang lain hanya membantu individu tersebut. Namun, Piaget pengembang pandangan terakhir ini, menyatakan suatu konflik kognitif adalah salah satu bantuan yang efektif bagi terjadinya konstruksi. Konflik kognitif dialami seseorang dapat diperoleh dari pengamatan kejadian, dapat juga berasal dari pendapat sendiri atau orang lain, atau dari perilaku sendiri atau orang lain. Dari uraian tentang konflik kognitif ini dan tentang interaksi kita dapat melihat bahwa secara bersamaan kita dapat menggunakan kedua pandangan konstruktivisme yang mengandung pertentangan tersebut sebagai dasar pembelajaran, yaitu pembelajaran model *cooperative learning*. Oleh karena berinteraksi dengan guru dan siswa lainnya dalam suatu kerja kelompok maka kemungkinan untuk memperoleh konflik kognitif menjadi sangat besar dan pada gilirannya siswa akan mengonstruksi pengetahuan menuju konstruksi yang lebih umum dan lebih kompleks.



LATIHAN

Untuk memperdalam pemahaman Anda mengenai materi di atas, kerjakanlah latihan berikut!

- 1) Coba Anda uraikan mengapa cara pandang behaviorisme tentang Matematika sebagai sekumpulan fakta-fakta yang saling terpisah satu sama lain tidak sesuai dengan hakikat matematika!
- 2) Coba uraikan mengapa pembelajaran yang dianjurkan oleh Vygotsky cocok untuk bidang studi Matematika?
- 3) Coba jelaskan mengapa teman sekelompok dapat menjadi motivator yang efektif bagi diri seseorang dalam belajar kelompok?
- 4) Jika diperlukan pembelajar dapat bertindak sebagai *intervensionis*. Dalam kasus ini, apa saja yang bisa dilakukan oleh pembelajar?
- 5) Apa yang dimaksud oleh bahwa Matematika memiliki sifat aksiomatik?
- 6) Coba beri contoh apa yang dimaksud oleh Piaget bahwa pengetahuan pada pikiran seseorang tidak statis, tetapi terus berkembang dan berubah

ketika orang itu menghadapi pengalaman baru yang mendorong ia terus membangun dan memodifikasi konstruksi yang dibuat sebelumnya!

- 7) Coba beri suatu contoh seorang yang mengalami konflik kognitif pada waktu belajar atau menyelesaikan masalah matematika!
- 8) Salah satu tugas yang penting bahwa pembelajar Matematika adalah mengusahakan agar pembelajar dapat mengonstruksi Matematika yang dipelajarinya. Untuk itu, pembelajar perlu mengecek apakah pengetahuan prasyarat yang diperlukan untuk materi yang akan dipelajari tersebut telah dimiliki oleh pembelajarnya. Ditinjau dari teori Piaget tentang skema, apa fungsi pengecekan pengetahuan prasyarat tersebut?
- 9) Apa yang dimaksud oleh ungkapan bahwa proses belajar itu bermuara pada pikiran individual pembelajar?

Petunjuk Jawaban Latihan

- 1) Matematika itu terdiri atas unsur-unsur yang saling berkaitan bukan saling terpisah. Selain itu, dalam matematika ada hierarki yaitu adanya unsur yang satu merupakan syarat dari yang lain atau suatu konsep atau entitas matematika dibangun dari konsep atau entitas lainnya.
- 2) Salah satu dari uraian yang dimaksud oleh soal ini adalah bahwa belajar matematika itu adalah melakukan kegiatan bermatematika maka pembelajar perlu melakukan kegiatan tersebut yang disediakan oleh pembelajar dalam bentuk menyelesaikan masalah matematika. Pembelajar perlu menyediakan konteks belajar yang menjamin terjadinya interaksi dengan pembelajar atau teman sebayanya dan *scaffolding* sebab tanpa itu semua sukar bagi pembelajar belajar Matematika yang hendak dipelajarinya.
- 3) Pada umumnya, hubungan dengan teman sekelas jauh lebih akrab ketimbang hubungan pembelajar dengan pembelajarnya. Kenyataan ini akan menyebabkan rasa dihargai dan rasa aman bagi pembelajar yang merupakan bagian dari motivasi.
- 4) Hal yang bisa dilakukan oleh pembelajar antara lain adalah mengarahkan pembelajar ke jurusan yang menuju ke penyelesaian atau pemahaman, mengoreksi kesalahan, memberi acuan, memberi pertanyaan yang lebih ringan sehingga jawabannya dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah.

- 5) Matematika itu memiliki sifat aksiomatik yaitu bahwa suatu struktur Matematika dimulai dari istilah yang tidak ditentukan (*undefined term*) atau istilah pangkal dan kaidah yang berkaitan dengan istilah pangkal tersebut yang disepakati kebenarannya yang disebut aksioma. Kemudian istilah-istilah lain dibentuk (*ditentukan/defined*), selanjutnya kaidah-kaidah baru dikembangkan dan biasanya disebut teorema yang kebenarannya dibuktikan kekonsistennannya dengan aksioma atau teorema yang sudah ada.
- 6) Salah satu contoh, seorang pembelajar yang tinggal di suatu daerah di mana pegunungan berada di sebelah barat dan pantai di sebelah timur mengamati aliran sungai yang ada di daerah itu mengonstruksi bahwa sungai itu mengalir dari barat ke timur. Pada waktu ia diajak oleh ayahnya pergi ke daerah di mana letak gunung di sebelah timur dan dataran rendah di sebelah barat melihat bahwa sungai-sungai mengalir dari timur ke barat yang bertentangan dengan konstruksi yang telah dibuatnya. Ia mengalami suatu konflik kognitif. Pada waktu yang lain ketika ia mandi di air terjun dekat rumahnya ia melihat dan menyadari bahwa air di situ mengalir (terjun) dari atas ke bawah atau dari tempat yang lebih tinggi ke tempat yang lebih rendah. Akhirnya, ia memperbaiki konsep tentang aliran sungai dari sungai mengalir dari barat ke timur menjadi sungai mengalir dari tempat yang lebih tinggi ke tempat yang lebih rendah.
- 7) Seorang pembelajar diminta untuk menyelesaikan soal $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \dots$ mula-mula menjawab $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{2}{5}$ kemudian ia melihat bahwa hasil $\left(\frac{2}{5}\right)$ kurang dari bilangan yang ditambah $\left(\frac{1}{2}\right)$ yang seharusnya lebih dari bilangan itu di sini ia mengalami suatu konflik kognitif sehingga ia dapat menyimpulkan bahwa jawaban itu salah.
- 8) Agar bisa terjadi asimilasi materi baru ke dalam skema maka struktur skema harus sesuai dengan struktur materi Matematika baru (yang akan dipelajari). Struktur yang sesuai tersebut adalah struktur pengetahuan prasyarat. Oleh sebab itu, pembelajar perlu mengecek apakah pembelajar sudah memiliki pengetahuan prasyarat tersebut atau belum.

- 9) Maksudnya adalah bahwa belajar adalah mengonstruksi. Segala upaya yang dilakukan oleh pembelajar dalam pembelajaran hanyalah membantu agar konstruksi terjadi dalam pikiran pembelajar.



RANGKUMAN

1. Penyusunan rancangan pembelajaran (tidak terkecuali pembelajaran Matematika) perlu mengacu ke atau berdasar pada teori belajar tertentu karena teori belajar menjelaskan bagaimana pengetahuan bisa sampai di pikiran manusia atau dengan kata lain bagaimana seseorang dapat memahami pengetahuan. Teori belajar yang diacu pada uraian di atas adalah teori belajar yang dikembangkan oleh Vygotsky. Menurut Vygotsky seseorang memperoleh pengetahuan dengan jalan mengonstruksi (membangun) pengetahuan tersebut di dalam pikirannya. Konstruksi itu terjadi di dalam wilayah perkembangan terdekat atau *Zone Proximal Development (ZPD)* yaitu daerah antara tingkat kemampuan aktual (kemampuan yang diperoleh tanpa bantuan orang lain) dan tingkat potensial (kemampuan yang mungkin dicapai dengan bantuan orang lain). Konstruksi akan lebih efektif jika kegiatan tersebut berada di dalam konteks interaksi dengan orang lain. Dalam pembelajaran interaksi secara maksimal dapat diperoleh dalam kerja kelompok.
2. Menurut Piaget pengetahuan atau informasi tidak diterima secara pasif oleh pembelajar, tetapi konstruksi oleh pembelajar di dalam pikirannya. Ada dua macam konstruksi, yaitu *asimilasi* dan *akomodasi*. Proses asimilasi terjadi apabila struktur informasi baru sesuai dengan struktur skema. Skema adalah jaringan konsep-konsep yang ada di dalam pikiran pembelajar. Apabila struktur informasi baru tidak sesuai dengan skema akan timbul *disequilibrium* di dalam pikiran pembelajar, kemudian pembelajar berhasil menyesuaikan struktur skema dengan struktur informasi baru tersebut terjadi asimilasi maka terjadilah proses akomodasi. Secara alamiah, anak dari lahir membawa sifat ingin beradaptasi dengan lingkungannya melalui asimilasi dan akomodasi. Pertentangan pikiran (konflik kognitif) dalam pikiran seseorang dapat memicu terjadinya akomodasi. Kegiatan berinteraksi dengan orang lain merupakan kegiatan yang dapat menumbuhkan konflik kognitif. Oleh sebab itu, Piaget menganjurkan bahwa pembelajar perlu memiliki kemahiran menumbuhkan konflik kognitif dalam pikiran pembelajar.

**TES FORMATIF 1** _____

Jawablah dengan singkat dan jelas!

- 1) Coba uraikan mengapa anggapan bahwa matematika sebagai sekumpulan fakta yang tidak saling berkaitan bertentangan dengan sifat deduktif dari matematika!
- 2) Apakah menghafal suatu konsep, teorema, atau prosedur dalam matematika diperlukan atau tidak? Uraikan jawab Anda!
- 3) Apakah dalam menyelesaikan masalah yang dilakukan oleh pembelajar dalam kelompok kehadiran pembelajar masih diperlukan atau tidak? Beri alasan bagi jawab Anda!
- 4) Mengapa pembelajar melakukan *scaffolding* tidak menerangkan saja seluruhnya bahan ajar kepada pembelajar?
- 5) Beri contoh terjadinya proses asimilasi pada waktu siswa belajar matematika!
- 6) Beri contoh terjadinya proses akomodasi pada waktu siswa belajar matematika!
- 7) Usaha apakah yang bisa dilakukan oleh pembelajar agar proses asimilasi pada soal No. 1) bisa terjadi?
- 8) Usaha apakah yang bisa dilakukan oleh pembelajar agar proses akomodasi pada soal No. 2) bisa terjadi?
- 9) Benar atau tidakkah bahwa dalam pembelajaran yang beracun teori Piaget, pembelajar tidak boleh memberi tahu. Kemukakan alasan dari jawab Anda!
- 10) Menurut Piaget konstruksi pengetahuan terjadi secara individual, apakah belajar berkelompok bertentangan dengan teori ini? Apakah pembelajaran klasikal bertentangan dengan teori Vygotsky?
- 11) Seandainya Anda ingin menerapkan pembelajaran campuran (klasikal dan kelompok) di kelas Anda. Berapa waktu Anda untuk masing-masing bagian? Uraikan secara rinci termasuk spesifikasi dari kelas Anda, makin rinci makin baik!

KEGIATAN BELAJAR 2

Perencanaan Pembelajaran Matematika

A. PENDAHULUAN

Pada Kegiatan Belajar 1, Anda telah mempelajari tentang konsep dasar dalam pembelajaran, khususnya pembelajaran matematika saat ini yang banyak dipengaruhi oleh dua teori belajar, yakni teori belajar Piaget dan teori belajar Lev Vygotsky. Kedua teori tersebut merupakan cikal bakal dari teori belajar konstruktivisme. Meskipun masih ada beberapa teori yang berperan dalam melahirkan teori konstruktivisme tersebut.

Pada modul-modul selanjutnya, Anda akan mempelajari tentang beberapa model atau strategi pembelajaran. Kedua istilah ini (model dan strategi) pengertiannya masih menjadi perdebatan. Ada yang berpendapat model lebih umum dibandingkan dengan strategi, tetapi ada juga yang menempatkan strategi lebih umum dibandingkan dengan model. Menurut pendapat dari Bell (1978) kedua kata tersebut *models* dan *strategy* sering kali diungkapkan dengan maksud yang sama, artinya kedua kata tersebut sinonim, namun terdapat perbedaan, yakni *models* biasanya digunakan untuk proses yang umum, sedangkan strategi dimaksudkan untuk prosedur yang lebih khusus. Lantas apa yang dimaksud dengan model pembelajaran? Apakah model pembelajaran berbeda dengan strategi pembelajaran? Menurut Bell, model pembelajaran diartikan sebagai *a generalized instructional which may be used for many different topics in a variety of subjects*. Untuk strategi pembelajaran diartikan sebagai *a particular procedure for teaching a specific topic or lesson*. Sebagai contoh, model pembelajaran inkuiri, model pembelajaran kooperatif, model individual dapat digunakan untuk mengajar berbagai pelajaran; manakala rencana pembelajaran yang dikaitkan dengan salah satu model tersebut menjadi suatu strategi khusus untuk mengajarkan topik matematika tertentu. Misalnya, seorang guru akan mengajarkan tentang konsep persamaan kuadrat. Strategi yang dikembangkan dalam pembelajaran adalah bagaimana menentukan penyelesaian persamaan kuadrat dengan rumus kuadrat. Kemudian, ia menyusun rencana pelaksanaan pembelajaran (RPP). Ketika ia menyusun RPP untuk pembelajaran konsep matematika tersebut maka ia menyusun strategi pembelajaran menentukan penyelesaian persamaan kuadrat melalui rumus kuadrat, misalnya ekspositori; strategi

ekspositori yang dikembangkan oleh guru tersebut didasarkan pada model pembelajaran ekspositori yang mungkin dapat digunakan dalam berbagai objek (topik matematika lain atau dalam mata pelajaran lain). Dari penjelasan tersebut maka pembahasan tentang isi dari perencanaan pembelajaran merupakan suatu yang perlu diketahui dan dipahami.

B. PERENCANAAN PEMBELAJARAN MATEMATIKA

Dari beberapa hasil penelitian ditemukan bahwa guru yang mengajar matematika secara efektif ditentukan penyusunan perencanaan pembelajaran. Dari beberapa hasil pengamatan ditemukan bahwa terdapat 14 kegiatan yang harus diperhatikan dalam menyusun perencanaan. Walaupun beberapa negara mempunyai format RPP yang berbeda, tetapi keempat belas aktivitas itu merupakan inti dari kegiatan penyusunan perencanaan pembelajaran. Keempat belas tersebut dikelompokkan dalam enam kelompok, yakni konten matematika, tujuan pembelajaran, sumber pembelajaran, strategi *pre-assesment*, strategi pembelajaran, dan strategi *post-assesment* (Bell, 1978).

Isi matematika terdiri dari berikut ini.

1. Pemilihan dan penamaan topik yang diajarkan.
2. Mengidentifikasi tujuan matematika dalam topik.
3. Pengurutan setiap topik secara hierarkis.

Tujuan pembelajaran terdiri dari berikut ini.

4. Mengidentifikasi tujuan kognitif.
5. Pemilihan tujuan afektif.
6. Mengomunikasikan tujuan-tujuan dengan siswa.

Sumber belajar terdiri dari berikut ini.

7. Menyiapkan bahan-bahan yang akan digunakan siswa.
8. Menetapkan sumber-sumber tambahan yang diperlukan.

Strategi *pre-assesment* terdiri dari berikut ini.

9. Mengidentifikasi materi prasyarat.
10. Menilai kesiapan siswa dalam mempelajari topik.

Strategi pembelajaran terdiri dari berikut ini.

11. Pemilihan strategi pembelajaran yang tepat.
12. Pengaturan lingkungan pembelajaran.

Strategi *post-assesment* terdiri dari berikut ini.

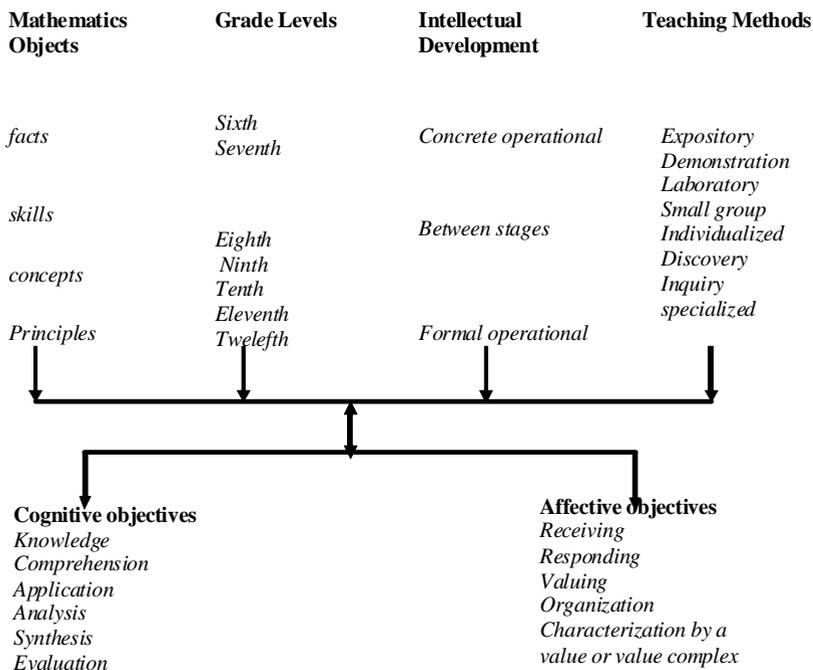
13. Menilai kemampuan hasil belajar siswa.
14. Mengevaluasi keefektifan pembelajaran.

1. *Mathematics Content*

Konten matematika secara umum ini telah disusun dalam Standar Isi Kurikulum. Dari standar isi inilah guru harus memetakan materi yang akan diajarkannya. Namun, sayangnya ada kebiasaan terbalik, bahkan dapat dikatakan kurang tepat, yang dilakukan oleh guru matematika, yakni menentukan atau memilih buku dahulu, kemudian konten matematika. Jadi, yang akan diajarkan oleh guru tersebut disesuaikan dengan materi yang ada pada buku pilihannya. Seharusnya, seperti yang telah dikemukakan sebelumnya guru memetakan materi yang ada di dalam Standar Isi kurikulum, kemudian memilih buku yang sesuai dengan isi matematika yang telah dipetakannya dari standar isi.

2. *Learning Objectives*

Penetapan isi matematika dalam perencanaan pembelajaran akan membantu kita dalam memilih strategi pembelajaran dan fasilitasnya sehingga siswa dapat mempelajarinya secara bermakna, serta menyusun tujuan kognitif dan afektif, serta mendiskusikan tujuan-tujuan tersebut dengan siswa. Sebagaimana diketahui bahwa tujuan kognitif dan afektif merupakan 2 dari tiga taksonomi dari Bloom. Tujuan kognitif dan afektif tersebut harus diketam dengan pengetahuan dalam matematika terdiri dari fakta, keterampilan, konsep, dan prinsip, tahapan berpikir siswa, tingkatan sekolah, dan strategi pembelajaran yang akan digunakan. Kaitan keempatnya menurut Bell (1978) dapat digambarkan sebagai berikut.



Gambar 1.1.
 Diagram Beberapa Variabel Penting dalam Pembelajaran

Tujuan matematika tentu saja diajarkan pada setiap tingkatan sekolah, bagaimanapun fakta dan keterampilan cenderung ditekankan pada kelas-kelas bawah, konsep pada pertengahan tingkatan sekolah, dan prinsip pada tingkat tinggi. Kelas enam, tujuh, dan delapan cenderung berada pada tahap berpikir operasi konkret (*concrete operational*), serta kelas sepuluh, sebelas, dan duabelas cenderung berada pada tahap berpikir formal walaupun masih ada beberapa siswa pada kelas tersebut masih dalam tahap berpikir konkret. Banyak siswa sekolah menengah pertama yang belajarnya lebih baik jika konsep dan prinsip baru direpresentasikan dalam bentuk konkret. Fakta dan keterampilan biasanya diajarkan menggunakan metode ekspositori, demonstrasi atau model pembelajaran individual, sedangkan konsep dan prinsip dilakukan dengan menggunakan model *discovery*, inkuiri, atau model *laboratory*. Bagaimanapun menurut Bell (1978) tidak ada aturan yang ketat

dan tepat mengenai kaitan antara tujuan matematis, tingkat sekolah, tahapan berpikir, serta model atau strategi pembelajaran.

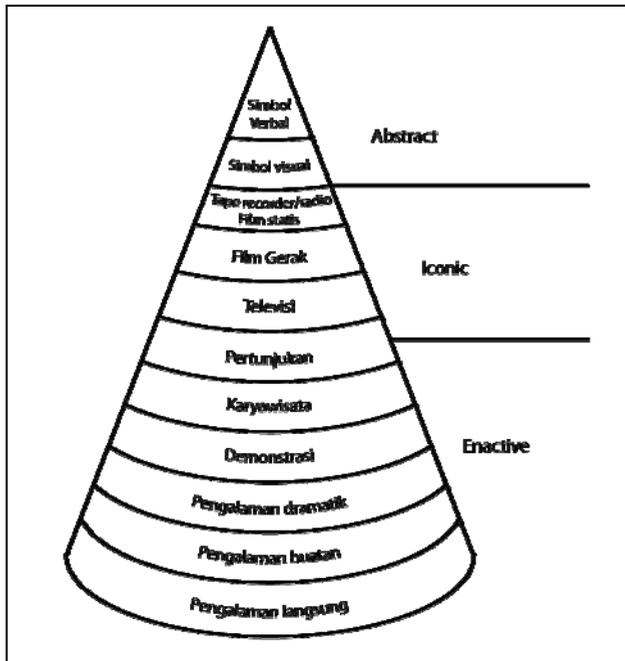
Setelah tujuan matematika ditentukan untuk siswa pada level tertentu maka kita harus mengasumsikan tahapan berpikir (*intellectual development*) yang dapat dicapai oleh siswa maka tiga variabel lainnya, yakni model atau strategi pembelajaran, tujuan kognitif, dan afektif harus dipertimbangkan. Tingkatan atau level *knowledge*, *comprhension*, dan *application* (mungkin juga *analysis*) biasanya berkaitan dengan pembelajaran fakta dan keterampilan. Untuk pembelajaran konsep, yang di dalamnya juga termasuk *knowledge*, *comprehension*, dan *application*, tahap *analysis* lebih tepat untuk pembentukan konsep tingkat tinggi. Tujuan kognitif untuk pembelajaran prinsip lebih tepat pada level *analysis* dan *synthesis*. Untuk tujuan kognitif evaluasi lebih tepat digunakan ketika kita pembelajaran dalam membandingkan atau menyusun prinsip suatu sistem matematika. Pemilihan tujuan kognitif ini sangat penting untuk diperhatikan, dikarenakan berkaitan secara langsung dengan kedalaman pemilihan isi matematika, pertanyaan dalam pembelajaran, tugas yang diberikan guru, dan penyusunan soal ulangan.

3. *Learning Resources*

Setelah topik matematika dan tujuan pembelajaran dipilih, langkah berikutnya adalah aktivitas penting lainnya dalam menyusun rencana pembelajaran, yakni mempersiapkan sumber pembelajaran. Pemilihan sumber belajar ini tidaklah hanya bertumpu pada buku teks, kapur, dan papan tulis, serta alat-alat bantu lainnya, seperti mistar, jangka. Akan tetapi, keseluruhan bahan atau alat yang dapat dijadikan jembatan oleh siswa dalam mempelajari matematika. Siswa menjadi lebih motivasi atau mendorong keterampilan dalam *drill and practice*, untuk memberikan ilustrasi dan memperjelas konsep-konsep dan prinsip-prinsip matematika, menyediakan sarana remedial bagi siswa yang berada pada kategori *slow learner* serta menjadi tambahan pengayaan bagi siswa yang mempunyai kemampuan tinggi atau pandai. Dengan demikian, sangat dimungkinkan sumber belajar ini sangat individual, artinya disesuaikan dengan kebutuhan siswa dalam belajar matematika.

Selain memperhatikan hal tersebut, sumber belajar juga perlu memperhatikan tingkat berpikir siswa. Kerucut Dale (*cone's Dale*) yang mengadopsi teori belajar dari Bruner telah memberikan gambaran bagaimana

pemilihan sumber belajar disesuaikan dengan tingkat berpikir siswa, yakni untuk tahap berpikir *enactive*, *iconic*, dan *symbolic*.



Gambar 1.2.
 Kerucut Pengalaman Dale dan Keterkaitannya dengan Ide Bruner

Gambar tersebut memperlihatkan bahwa untuk siswa yang berada pada tingkatan *enactive* (sekitar Sekolah Dasar ke bawah), media pembelajaran yang digunakan dimulai dari pengalaman langsung, pengalaman buatan (peragaan), dramatik, demonstrasi, karyawisata dan pertunjukan. Artinya, belajar matematika bagi siswa kelas bawah haruslah dimulai dari pengalaman sehari-hari siswa. Pengenalan tentang bilangan tidak dapat dilakukan begitu saja, tetapi dilakukan melalui aktivitas keseharian anak. Begitupun dalam konsep operasi aritmetika dan sifat-sifat yang berlakunya tidak dapat diberikan secara deduktif.

Selain itu, dari kerucut di atas nampak bahwa simbol visual dan simbol verbal dilakukan ketika tahap berpikir siswa sudah mencapai tahap *symbolic* atau setara dengan tahap berpikir formal dari Piaget. Konsep abstrak

matematika mungkin sudah dapat dipahami oleh sebagian siswa pada tingkat SMP, namun sebagian besar siswa pada tingkat tersebut masih memerlukan bantuan media sebagai jembatan dalam memahami konsep abstrak matematika.

Dalam beberapa tahun terakhir ini, media pembelajaran (secara khusus dalam matematika) telah banyak dipengaruhi oleh kemajuan teknologi informatika. Sudah banyak media pembelajaran interaktif dalam bentuk program sudah jadi atau program yang dapat digunakan untuk mendesain media pembelajaran. Dengan tersedianya hal itu maka kesempatan guru dalam memilih dan menggunakan media pembelajaran menjadi semakin mudah.

4. *Pre-assessment and Post-assesment Strategies*

Dalam perencanaan pembelajaran, seorang guru penting untuk mengetahui kesiapan siswa dalam belajar menguasai materi baru setelah pembelajaran. Keduanya memiliki peran peting yang sama dalam kegiatan pembelajaran. Untuk itulah, guru tidak hanya melakukan penilaian pada akhir pelajaran, tetapi juga penting untuk melakukan penilaian pada awal pelajaran. *Pre-assessment* atau penilaian sebelum pembelajaran dilakukan untuk mereviu fakta, keterampilan, konsep, dan prinsip yang menjadi prasyarat bagi materi yang akan dipelajari siswa, sedangkan strategi *post-assessment* dilakukan untuk menentukan penilaian kemampuan siswa terhadap materi yang telah dipelajarinya, dan juga menilai keefektifan strategi pembelajaran yang telah dipilih oleh guru dalam membantu mengembangkan kemampuan kognitif dan afektif siswa.

Bentuk *pre-assessment* ini tidaklah harus dilakukan sebagaimana tes formatif atau sumatif. Guru dapat melakukannya melalui *oral test* (lisan), kuis, dan dalam bentuk lainnya. Artinya, pada awal pelajaran, guru tidak hanya cukup menjelaskan tentang materi apa yang akan dipelajari dan keuntungan yang akan diperoleh manakala siswa memahami materi yang akan dipelajarinya, tetapi juga guru perlu mengetahui kesiapan siswa (prasyarat) yang berkaitan dengan topik-topik yang akan dipelajarinya. Sayangnya, menurut Bell (1978) walaupun kegiatan ini mudah dilakukan, tetapi karena kegiatan *pre-assessment* ini tidak berpengaruh terhadap nilai siswa maka guru matematika sering mengabaikannya.

Post-assessment sering dilakukan oleh guru dalam bentuk tes tertulis, kuis, ataupun secara lisan. Namun, kegiatan ini terkadang juga terlewatkan.

Guru lebih sering melakukan tes formatif yang dilaksanakan setelah satu pokok bahasan selesai walaupun jika kita melihat rencana pembelajaran yang disusun, guru selalu menuliskan atau mengagendakan *post-assessment*. Bentuk tes, jenisnya, dan teknik-teknik yang dapat digunakan dalam *assessment* ini dipelajari secara khusus dalam evaluasi pembelajaran.

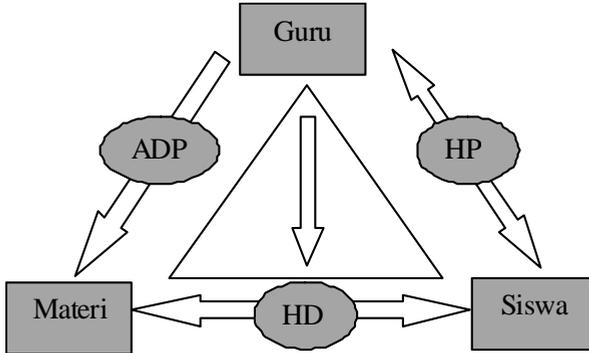
Hal lain yang perlu diperhatikan oleh guru dalam *post-assessment* adalah evaluasi yang berkaitan dengan desai strategi yang direncanakan. Guru juga perlu mengkaji dan menilai apakah strategi pembelajaran yang dikembangkan telah dapat mendorong siswa belajar aktif, berani berkomunikasi, berani bertanya dan mengemukakan pendapat, melakukan konjektur, serta kegiatan siswa lainnya.

5. Teaching/Learning Strategies

Ada suatu proposisi yang telah diketahui bersama, yakni tidak ada cara atau strategi/model pembelajaran terbaik, yang ada adalah ketepatan dalam memilih strategi/model pembelajaran. Kondisi ini secara langsung mendorong guru untuk lebih banyak memahami strategi-strategi pembelajaran sehingga ia akan dapat dengan mudah memilih strategi atau model pembelajaran mana yang tepat untuk digunakannya. Pada modul berikutnya Anda akan mempelajari tentang model-model pembelajaran disertai dengan contoh implementasinya. Diharapkan dengan memahami model-model tersebut Anda akan mempunyai pilihan dalam menentukan model yang tepat dalam kondisi dan situasi tertentu ketika akan mengajar matematika di sekolah.

Penting untuk diungkapkan dalam strategi pembelajaran adalah situasi didaktis dan pedagogis dari model atau strategi pembelajaran. Dalam pembelajaran dikenal aspek mendasar, yakni hubungan antara guru – siswa – materi. Pembelajaran yang efektif dapat dilaksanakan oleh guru dengan mengupayakan terpeliharanya hubungan yang baik antara ketiga komponen tersebut dalam situasi didaktis (Alhadad, 2010). Hubungan ini digambarkan oleh Kansanen *dalam* Suryadi (Alhadad, 2010) sebagai sebuah Segitiga Didaktis yang menggambarkan Hubungan Didaktis (HD) antara siswa dengan materi, serta Hubungan Pedagogis (HP) antara guru dan siswa. Namun, segitiga didaktis ini belum menunjukkan hubungan antara guru dan materi pelajaran, padahal ketiga faktor ini dapat berlangsung sekaligus selama proses pembelajaran sehingga Suryadi (Alhadad, 2010) menambahkan hubungan antisipasi guru – materi yang disebut dengan

Antisipasi Didaktis dan Pedagogis (ADP). Gambaran hubungan ketiganya dapat dilihat pada diagram berikut.



Gambar 1.2.
Segitiga Didaktis

Unsur guru, siswa, dan materi pada segitiga didaktis tersebut tidak ada yang berperan inti. Setiap mempelajari topik matematika ketiganya harus dipandang pada level yang sama. Untuk itulah, setiap model atau strategi yang dipilih diperlukan kejelasan hubungan-hubungan yang terjalin antara ketiganya.

Peran guru adalah menciptakan situasi didaktis sehingga terjadi proses belajar pada diri siswa. Jika situasi yang terjadi tidak memungkinkan untuk terjadinya proses belajar pada diri siswa maka guru perlu mengondisikannya dengan berbagai teknik yang ada pada model yang dipilihnya, misalnya melalui *scaffolding*. Dalam hubungannya dengan materi maka saat seorang guru merancang sebuah situasi didaktis, guru perlu memikirkan prediksi respons siswa atas situasi tersebut serta antisipasinya sehingga tercipta situasi didaktis baru. Antisipasi tersebut tidak hanya menyangkut hubungan siswa-materi, akan tetapi juga hubungan guru-siswa, baik secara individu, kelompok maupun kelas. Situasi tersebut yang dimaksudkan adalah Antisipasi Didaktis Pedagogis (Alhadad, 2010).

Lebih lanjut, dijelaskan bahwa pada sisi yang menghubungkan guru dengan materi ditandai oleh kata kerja *to transpose* dengan aktivitas utamanya adalah perubahan didaktis yang dipelajari ke pengetahuan yang akan diajarkan. Hal ini bermakna bahwa guru harus menyadari akan

kebutuhan pendekatan pembelajaran sehingga ia dapat mengubah urutan (*to transpose*) dari suatu materi yang harus dipahami siswa menjadi suatu materi yang akan diajarkannya kepada siswa. Dengan memahami ini, guru akan mempersiapkan secara ekstra dari situasi didaktis sehingga setiap siswa dapat memahami materi dengan baik dan berpartisipasi dalam mempelajari materi tersebut. Hal ini sesuai dengan apa yang telah dijelaskan oleh Bell (1978) tentang pentingnya guru memilih pendekatan atau strategi yang tepat dalam mengajar.

Ketika membuat persiapan mengajar, guru harus mempertimbangkan kesulitan yang mungkin terjadi ketika siswa mempelajari suatu materi. Kesulitan-kesulitan ini harus dipertimbangkan untuk seluruh siswa, agar siswa yang berkemampuan kurang pun dapat memahami materi dengan baik. Terkadang guru tidak menyadari bahwa akan terdapat banyak hal yang dapat menjadi masalah dalam pemahaman bagi siswa yang kurang. Oleh karena itu, guru harus terus berupaya memilih cara yang sesuai dengan kemampuan siswanya agar mereka memahami materi dengan baik (Alhadad, 2010).



LATIHAN

Untuk memperdalam pemahaman Anda mengenai materi di atas, kerjakanlah latihan berikut!

- 1) Tuliskan hal-hal apa saja yang harus dilakukan dalam menyusun perencanaan pembelajaran matematika, jelaskan dengan singkat!
- 2) Dalam matematika terdapat istilah fakta, keterampilan (*skill*), konsep, dan prinsip. Jelaskan dan beri contohnya!
- 3) Jelaskan dan beri contoh sumber belajar dalam pembelajaran matematika!

Petunjuk Jawaban Latihan

- 1) Terdapat 14 kegiatan yang harus diperhatikan dalam menyusun perencanaan yang dikelompokkan dalam enam kelompok, yakni konten matematika, tujuan pembelajaran, sumber pembelajaran, strategi pre assesment, strategi pembelajaran dan strategi *post assesment*.

- 2) Carilah contohnya dalam kehidupan sehari-hari.
- 3) Silakan baca terlebih dahulu kerucut pengalaman Dale dan keterkaitannya dengan ide Bruner.



RANGKUMAN

Aktivitas dalam perencanaan pembelajaran matematika meliputi berikut ini.

- a. Isi matematika
 1. Pemilihan dan penamaan topik yang diajarkan.
 2. Mengidentifikasi tujuan matematika dalam topik.
 3. Pengurutan setiap topik secara hierarkis.
- b. Tujuan pembelajaran
 4. Mengidentifikasi tujuan kognitif.
 5. Pemilihan tujuan afektif.
 6. Mengomunikasikan tujuan-tujuan dengan siswa.
- c. Sumber belajar
 7. Menyiapkan bahan-bahan yang akan digunakan siswa.
 8. Menetapkan sumber-sumber tambahan yang diperlukan.
- d. Strategi *pre-assessment*
 9. Mengidentifikasi materi prasyarat.
 10. Menilai kesiapan siswa dalam mempelajari topik.
- e. Strategi pembelajaran
 11. Pemilihan strategi pembelajaran yang tepat.
 12. Pengaturan lingkungan pembelajaran.
- f. Strategi *post-assessment*
 13. Menilai kemampuan hasil belajar siswa.
 14. Mengevaluasi keefektifan pembelajaran.



TES FORMATIF 2

Jawablah dengan singkat dan jelas!

- 1) Tujuan pembelajaran matematika sekolah yang disusun oleh guru saat ini sebagian besar bersandar pada taksonomi Bloom, yakni kognitif, afektif, dan psikomotor. Jelaskan ketiganya!
- 2) Mengapa *pre-assessment* penting dilakukan oleh guru? Menurut pendapat Anda berikan beberapa contoh bentuk *pre-assessment* yang lazim dilakukan oleh guru!

- 3) Dalam menyusun strategi atau model pembelajaran, seorang guru perlu memperhatikan segitiga didaktis yang melibatkan guru, siswa dan materi pelajaran. Jelaskan dengan singkat kaitan ketiga unsur tersebut!

Kunci Jawaban Tes Formatif

Tes Formatif 1

- 1) Pengetahuan prasyarat.
- 2) Menghafal dan mengaitkan.
- 3) Fungsi pembelajar.
- 4) Transfer pengetahuan.
- 5) Pengetahuan prasyarat dan skema.
- 6) Struktur info baru, struktur skema.
- 7) Pengetahuan prasyarat, info baru.
- 8) Pengetahuan prasyarat, info baru.
- 9) Kesesuaian struktur info baru dan skema.
- 10) Tidak, karena dalam belajar berkelompok pembelajar memperoleh kesempatan untuk mendapatkan konflik kognitif yang akan memacu terjadinya konstruksi. Tidak karena dalam pembelajaran klasikal guru dapat menjalankan tugasnya sebagai motivator, mediator, fasilitator, evaluator, dan intervensonis yang dianjurkan oleh Vygotsky.
- 11) Jawaban sangat bergantung pada keinginan Anda.

Tes Formatif 2

- 1) Ranah kognitif berhubungan dengan pengetahuan, ranah afektif berhubungan langsung dengan sikap, ranah psikomotorik berhubungan dengan keterampilan.
- 2) Untuk mengetahui kesiapan siswa mengenai materi.
- 3) Hubungan unsur guru, siswa dan materi yang di pandang pada level yang sama. Setiap model atau strategi yang dipilih diperlukan kejelasan hubungan-hubungan yang terjadi antara ketiganya

Daftar Pustaka

- Alhadad, Syarifah F. (2010). Meningkatkan Kemampuan Representasi Multipel Matematis, Pemecahan Masalah, dan *Self Esteem* Siswa SMP melalui Pembelajaran dengan Pendekatan *Open-Ended*. *Disertasi. Sekolah Pascasarjana UPI*. Bandung: Tidak Diterbitkan.
- Bell, F.H. (1978). *Teaching and Learning Mathematics (In Secondary Schools)*. Dubuque, Iowa: WM. C. Brown Company Publisher.
- Cohen, David. (1983). *Piaget: Critique and Reassessment*. London: Croom Helm.
- Ernest, P. (1991). *The Philosophy of Mathematics Education*. London: Falmer Press.
- Hamalik, O. (2003). *Perencanaan Pengajaran Berdasarkan Pendekatan Sistem*. Jakarta: Bumi Aksara.
- Madjid, A. (2008). *Perencanaan Pembelajaran (Mengembangkan Standar Kompetensi Guru)*. Bandung: Remaja Rosdakarya.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (1991). *Professional Standards for Teaching Mathematics*. USA: NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. USA: NCTM.
- Reys, R., Suydam, M.N., Lindquist, M.M., & Smith, N.L. (1998). *Helping Children Learn Mathematics*. Sixth-ed. Boston: Allyn and Bacon.
- Suparno, P. (1997). *Filsafat Konstruktivisme dalam Pendidikan*. Yogyakarta: Kanisius.
- Vygotsky, L.S. (1978). *Mind in Society (The Development of Higher Psychological Processes)*. USA: The President and Fellow of Harvard College.