

## Tinjauan Mata Kuliah

Kumpulan modul yang Anda hadapi ini dimaksudkan sebagai bahan untuk mata kuliah Struktur Aljabar. Peserta mata kuliah ini akan memperoleh kesempatan untuk belajar melakukan proses abstraksi dan generalisasi. Mengingat bahwa abstrak adalah salah satu karakteristik matematika sebagai ilmu, kemampuan melakukan proses abstraksi dan generalisasi merupakan salah satu kemampuan esensial dalam matematika.

Dari segi materi, dalam mata kuliah ini kita akan memperumum (sebagian) sifat-sifat bilangan bulat, serta (sebagian) sifat-sifat bilangan real. Pada himpunan semua bilangan bulat kita dapat melakukan penjumlahan dan perkalian, demikian pula dengan himpunan semua bilangan real. Kita katakan bahwa kedua himpunan tersebut dilengkapi dengan dua operasi. Sebelum melakukan generalisasi dengan dua operasi, terlebih dahulu kita akan melakukan generalisasi dengan satu operasi. Sebagai konsekuensinya, kumpulan modul ini dapat dianggap terbagi ke dalam dua bagian.

Bagian *pertama* mencakup Modul 1 sampai Modul 6. Modul 1 membahas pengertian operasi sebagai perumuman dari penjumlahan dan perkalian. Materi dalam modul ini merupakan dasar bagi pembahasan di seluruh modul selanjutnya. Modul 2 sampai Modul 6 membahas struktur aljabar dengan satu operasi. Perumuman yang kita tarik dari operasi penjumlahan melahirkan pengertian *grup*. Modul 2 memberikan pengertian grup dan beberapa sifat dasar. Dalam Modul 2 kita akan melihat bahwa pengertian grup juga mencakup sejumlah objek matematika lainnya yang telah kita kenal, salah satu di antaranya adalah matriks. Pembaca yang pernah mempelajari aljabar linier dapat mengingat kembali bahwa pada dasarnya matriks adalah pemetaan. Pengertian grup juga mencakup objek berupa pemetaan. Grup pemetaan berbeda dengan grup bilangan yang menjadi dasar perumuman, operasi pada grup bilangan bersifat komutatif, sedangkan pada grup pemetaan tidak. Perbedaan ini kita eksplorasi lebih lanjut dalam Modul 3. Grup bilangan yang menjadi dasar perumuman terdiri dari tak berhingga banyaknya unsur. Dalam Modul 3, kita membicarakan cukup panjang grup yang terdiri dari berhingga banyaknya unsur. Modul 4 membahas grup dengan unsur berhingga. Teorema Lagrange, yang merupakan judul modul ini, merupakan fakta elementer untuk grup demikian. Tema utama pada Modul 5 adalah membandingkan grup. Kita akan melihat bahwa seluruh grup dapat dibagi dalam kelompok-kelompok grup. Grup-grup dalam satu kelompok secara esensial adalah grup yang sama, sekali pun objek dalam grup-grup tersebut berbeda-beda. Dalam modul terakhir di bagian ini, Modul 6, kita memperoleh suatu teknik untuk memperoleh grup baru dari suatu grup yang diketahui. Kita juga akan mempelajari di sini beberapa fakta lebih lanjut yang bermanfaat dalam membandingkan grup.

Bagian *kedua* mencakup Modul 7 sampai Modul 12 dan membahas struktur aljabar dengan dua operasi. Struktur aljabar dasar dengan dua operasi disebut *gelanggang*. Modul 7 memberikan pengertian dan beberapa sifat dasar gelanggang.

Karena gelanggang adalah perumuman dari sifat-sifat himpunan semua bilangan bulat dan himpunan semua bilangan real, dengan sendirinya kedua himpunan ini membentuk gelanggang. Sekalipun demikian, kedua gelanggang memiliki perbedaan. Perbedaan kedua gelanggang kita eksplorasi dalam Modul 8. Apa yang kita lakukan untuk grup di dalam Modul 5 kita lakukan untuk gelanggang di dalam Modul 9. Dalam pengertian gelanggang, kita melihat bahwa setiap gelanggang merupakan grup. Oleh karena itu, ketika bekerja dengan gelanggang, kita dapat menghasilkan objek-objek berupa grup. Salah satu objek demikian, grup kuosien, telah kita bicarakan dalam Modul 6. Objek ini akan menjadi bahan pembahasan kita dalam Modul 10, sudah tentu di sini kita bekerja dengan gelanggang, bukan sekadar grup. Pada bilangan bulat kita tidak hanya memiliki kedua operasi, melainkan juga algoritma pembagian. Daerah Euklid, topik yang kita pelajari dalam Modul 11, adalah perumuman dari gelanggang bilangan bulat yang dilengkapi dengan algoritma pembagian. Topik terakhir, yang akan kita bahas dalam Modul 12, adalah gelanggang yang unsur-unsurnya berupa suku banyak (polinom).

Untuk dapat menguasai materi dalam kumpulan modul ini pembaca perlu memperhatikan beberapa hal berikut:

1. Matematika modern dibangun berdasarkan teori himpunan. Pengkajian struktur aljabar juga menggunakan pendekatan himpunan. Oleh karena itu, untuk dapat menguasai materi struktur aljabar, pembaca memerlukan kemampuan untuk bekerja dengan himpunan. Sebagai contoh, pembaca harus dapat membedakan antara himpunan dengan anggotanya.
2. Pembaca perlu memberi perhatian kepada penggunaan kuantor (*quantifier*): “untuk setiap”, “terdapat suatu”. Bila muncul, kuantor adalah bagian yang tidak dapat dihilangkan dari pernyataan yang memuatnya. Pembaca juga harus dapat menuliskan negasi dari pertanyaan yang memuat kuantor.
3. Pernyataan-pernyataan berbentuk implikasi adalah “batu” penyusun matematika. Pembaca perlu memiliki pengetahuan operasional tentang implikasi. Termasuk dalam pengetahuan ini adalah tentang bagaimana mengubah suatu pernyataan ke bentuk implikasi. Pernyataan dengan kuantor “untuk setiap”, misalnya, adalah sebuah implikasi.

Dalam kumpulan ini, pembaca tidak akan menemukan Rangkuman pada modul-modul yang terkandung di dalamnya. Penulis kumpulan modul ini tidak memandang adanya rangkuman sebagai bagian esensial dalam belajar matematika. Sekiranya pembaca memerlukan suatu rangkuman, is dapat melakukannya dengan usaha sendiri.

Kepada pembaca, para penulis mengucapkan selamat menikmati sajian dalam kumpulan modul ini.

**Selamat belajar dan semoga Anda sukses!**

## Peta Kompetensi Aljabar 1/MATA4321/4 SKS

